STOCHASTISCHE SIMULATION VON WETTERDATEN

E. Witte, Braunschweig
Institut für Biosystemtechnik

1 Einleitung

Das Wetter ist in vielen landwirtschaftlichen Systemen eine der wichtigsten Veränderlichen. Für Simulationsmodelle derartiger Systeme sind daher Wetterparameter als Eingabedaten bereitzustellen. Am einfachsten scheint dafür die Verwendung historischer Daten zu sein. Abgesehen davon, daß Daten oftmals gar nicht zur Verfügung stehen, wird diese Vorgehensweise durch die Handhabung der großen Datenmengen begrenzt, die bei vielen Problemstellungen für die langen zu simulierenden Zeiträume erforderlich sind, um statistisch gesicherte Modellaussagen zu erhalten. Weiterhin ist auch zu bedenken, daß die Verwendung historischer Wetterabläufe nur eine ganz bestimmte Realisierung des Wetterprozesses darstellt. Es ist daher nicht verwunderlich, daß in den vergangenen Jahren verstärkt Anstrengungen unternommen wurden, auch das Wetter mit Modellen zu simulieren. Dabei wird angestrebt, mit einem Minimum an Eingabedaten auszukommen. Beispiele für die Anwendung von Wettersimulationsmodellen in landwirtschaftlichen Systemen werden in [1, 2] gegeben.

2 Simulationsmodelle für den Niederschlag

Wegen seiner grundlegenden Bedeutung für landwirtschaftliche und hydrologische Systeme spielt der Niederschlag bei der Simulation von Wetterdaten eine herausragende Rolle und stellt gleichzeitig im Vergleich mit den anderen Wetterdaten die größte Herausforderung für die Modellierung dar. Demzufolge besteht eine umfangreiche Literatur zur Simulation des Niederschlages, von der es eine zusammenfassende und kritische Übersicht [3] gibt.

Mit dem Versuch, bestimmte meteorologische Vorstellungen in die Modellierung einfließen zu lassen, stützen sich einige der vorgeschlagenen Modelle [4, 5] auf Clusterverfahren. Die Mehrzahl umfaßt jedoch empirisch abgeleitete mathematisch-statistische Modelle, bei denen unter Umständen die anzupassenden Parameter eine meteorologische Deutung zulassen.

Besonders bevorzugt werden zweiteilige Modelle, bei denen das Auftreten eines täglichen Niederschlagsereignisses durch eine Markowkette und die Niederschlagshöhe an einem Tag mit Niederschlag durch eine angemessene Verteilungsfunktion abgebildet wird. Eine Markowkette 1. Ordnung mit zwei Zuständen wurde erstmals in [6] zur Simulation des Auftretens eines täglichen Niederschlagsereignisses benutzt.

Die Markowkette 1. Ordnung enthält als Parameter zwei Übergangswahrscheinlichkeiten, von einem Tag ohne (T) zu einem Tag mit Niederschlag (N) und von einem Tag mit (N) zu einem Tag mit Niederschlag (N). Um die jahreszeitlichen Schwankungen zu erfassen, werden für bestimmte Abschnitte des Jahres, meist monatliche aber auch zweiwöchige, gesonderte Übergangswahrscheinlichkeiten bestimmt [7, 8, 9], oder die Übergangswahrscheinlichkeiten werden durch periodische Funktionen, meist Fourierreihen angenähert [10, 11, 12]. Die Frage, ob Markowketten höherer Ordnung, die auch noch die Zustände weiter zurückliegender Tage berücksichtigen, nicht zutreffender sind, wurde ausführlich erörtert [13, 14, 15]. Dabei zeigte

sich, daß für bestimmte Gebiete Markowketten höherer Ordnung für eine befriedigende Modellierung erforderlich werden können.

In verschiedenen Arbeiten [16, 17] wurde versucht, auch die Niederschlagshöhe durch Markowketten mit mehreren Zuständen mitzubeschreiben, wobei jeder Zustand einen bestimmten Bereich der Niederschlagshöhe zugeordnet ist. Ein Nachteil dieser Modelle ist die große Anzahl der zu schätzenden Parameter. Eine andere Möglichkeit besteht in der Modellierung der Niederschlagshöhe an Tagen mit Niederschlag durch eine geeignete Verteilungsfunktion. Da die meisten Niederschlagshöhen klein sind und ergiebigere Niederschläge nur selten auftreten, ist die Verteilung sehr schief. Neben der Exponentialverteilung [18], der gemischten Exponentialverteilung [11], der Kappaverteilung [19], wird daher vor allem die zweiparametrige Gammaverteilung [20, 21] für die Abbildung der Niederschlagshöhen bevorzugt.

Eine wesentliche Vereinfachung des zweiteiligen Markowketten-Gammaverteilungs-Modells wurde in [22] erzielt. Durch Ausnutzung der für monatliche Zeitabschnitte zwischen dem Anteil der Tage mit Niederschlag und den Übergangswahrscheinlichkeiten bestehenden linearen Beziehung wird aufgrund der Auswertung von Daten für die unterschiedlichsten Gebiete für die gesuchten Übergangswahrscheinlichkeiten folgende einfache Abschätzung hergeleitet

$$P(N/T) = 0.75 \times (\text{Anteil der Tage mit Niederschlag})$$

$$P(N/N) = 0.25 + P(N/T).$$

Weiterhin wird in [22] gezeigt, daß auch zwischen den Parametern der Gammaverteilung und der mittleren Niederschlagshöhe eine lineare Beziehung besteht. Daher ergeben sich für die Parameter der Gammaverteilung ähnlich einfache Schätzungen

$$\beta = 2.16 + 1.83 \times (\text{mittlere Niederschlagshöhe an Tagen mit Niederschlag})$$

$$\alpha = (\text{mittlere Niederschlagshöhe an Tagen mit Niederschlag})/\beta$$

Neben der einfachen Bestimmung der Parameter ergibt sich als weiteres wichtiges Ergebnis dieser gefundenen linearen Abhängigkeiten, daß für die Parameterschätzungen nur noch monatliche Mittelwerte anstatt täglicher Niederschlagsaufzeichnungen erforderlich sind.

Außer der Anpassungsfähigkeit an örtlich unterschiedliche Gegebenheiten und der einfachen durchzuführenden Parameterschätzung besitzen Markowkettenmodelle gegenüber anderen Modellen für das Auftreten von Niederschlagsereignissen den Vorteil, daß nach der Modellanpassung die Simulationsergebnisse in ebenso einfacher Weise erhalten werden. Dazu wird eine gleichförmig verteilte Zufallszahl u in dem Intervall (0,1) erzeugt und je nach dem Niederschlagszustand des vorhergehenden Tages mit den Übergangswahrscheinlichkeiten P(N/T) oder P(N/N) verglichen. Wenn u kleiner oder gleich der entsprechenden Übergangswahrscheinlichkeit ist, dann wird der betreffende Tag als Tag ohne, andernfalls als Tag mit Niederschlag definiert.

Im Fall eines Tages mit Niederschlag kann dann die Niederschlagshöhe mit Hilfe einer gammaverteilten Zufallszahl, die aus gleichförmig verteilten, nach verschiedenen Methoden, z.B. [23] berechnet werden kann, auf der Grundlage der zuvor geschätzten Parameter berechnet werden.

Um eine Vorstellung der Leistungsfähigkeit des vorstehend beschriebenen sehr einfachen Modells zu vermitteln, wurden auf einer Datenbasis von 20 Jahren für den Standort Hannover Niederschlagsdaten für den gleichen Zeitraum von 20 Jahren simuliert. Die monatlichen Extrem- und Mittelwerte für das Auftreten eines Tages mit Niederschlag sind in Tabelle 1 und für die Niederschlagshöhe in Tabelle 2 einander gegenübergestellt.

Ein Vergleich der simulierten mit den historischen Niederschlagsdaten läßt deutlich erkennen, daß die Monatsmittelwerte sowohl für das Auftreten von Tagen mit Niederschlag als auch für die Niederschlagshöhe ziemlich genau übereinstimmen, während die Extremwerte für den jeweiligen Monat weniger befriedigend durch das Modell dargestellt werden. Dieser Mangel ist fast allen Modellansätzen zu eigen. Dennoch kann für die meisten landwirtschaftlichen Belange die mit diesem Modell erreichbare Annäherung an die Wirklichkeit als ausreichend erachtet werden.

	Niederschlagstage					
Monat	simuliert			real		
	Min	Mittel	Max	Min	Mittel	Max
1	8	16	25	9	17	25
2	8	16	23	8	16	24
3	6	15	22	7	15	27
4	9	17	22	6	17	25
5	10	14	19	5	15	22
6	10	14	21	7	14	26
7	7	15	22	8	16	26
8	12	16	21	8	16	25
9	10	15	21	0	14	23
10	7	16	21	7	15	24
11	12	16	21	11	17	24
12	12	18	25	6	19	28

Tabelle 1. Gegenüberstellung von simulierten und realen Niederschlagstagen für den Standort Hannover.

Monat	Niederschlagshöhe (mm) simuliert			real		
	Min	Mittel	Max	Min	Mittel	Max
1	15,0	31,8	48,7	6,4	41,5	71,3
2	13,3	41,1	69,2	3,8	38,9	89,3
3	18,1	36,0	62,7	12,5	38,3	89,6
4	24,0	53,4	94,7	9,5	52,0	110,3
5	33,5	66,2	114,3	19,2	62,0	104,2
6	40,9	78,5	102,5	23,0	71,6	152,7
7	35,6	68,9	106,2	22,4	74,0	137,3
8	26,1	84,7	138,1	26,5	71,9	166,0
9	27,2	54,9	97,0	0,0	45,2	122,2
10	21,7	51,5	88,5	12,9	48,4	110,2
11	18,9	45,8	76,2	19,9	49,7	87,1
12	30,3	57,8	94,8	8,8	56,8	142,1

Tabelle 2. Gegenüberstellung von simulierten und realen Niederschlagshöhen für den Standort Hannover.

3 Simulationsmodelle für die Tagesmitteltemperatur

Ein weiterer wichtiger, oft benötigter Wetterparameter ist die Tagesmitteltemperatur. Das denkbar einfachste Simulationsmodell für die Tagesmitteltemperatur ergibt sich nach [24] zu

$$t = \mu_t + n\,\sigma_t$$

darin bedeutet t die Temperatur, μ_t der Mittelwert, σ_t die Streuung und n eine normalverteilte Zufallszahl mit dem Mittelwert Null und der Streuung Eins. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Temperaturschwankungen um einen langjährigen Mittelwert annähernd einer Normalverteilung entsprechen.

Zur Berücksichtigung der jahreszeitlichen Schwankungen können ähnlich wie bei den Niederschlagsmodellen die Mittelwerte und Streuungen der Tagesmitteltemperatur entweder für monatliche, zweiwöchige oder wöchentliche Zeitabschnitte gesondert bestimmt oder durch Fourierreihen angenähert werden, um die Anzahl der notwendigen Modellparameter zu verringern.

Monat	Tagesmitteltemperatur simuliert				Tagesmitteltemperatur real			
	Min	Mittel	Max	Streuung	Min	Mittel	Max	Streuung
1	-13,5	0,2	12,7	5,11	-15,4	0,3	11,5	4,90
2	-12,1	1,0	16,0	5,05	-18,0	0,7	13,1	5,15
3	-8,6	3,6	15,8	3,90	-9,4	3,5	14,2	4,11
4	-3,5	7,9	17,7	3,75	-1,0	7,7	21,7	3,81
5	2,1	12,3	21,9	3,44	2,1	12,2	23,6	3,46
6	5,7	15,6	24,9	3,26	5,8	15,8	26,2	3,40
7	9,0	17,1	26,3	3,14	9,7	17,0	27,6	3,22
8	9,3	16,5	23,7	2,80	9,9	16,5	26,2	2,83
9	5,1	13,6	22,2	2,79	6,4	13,6	21,7	2,91
10	0,3	9,6	17,9	3,32	-0,8	9,4	21,7	3,32
11	-6,1	4,9	16,3	3,81	-11,4	4,9	17,2	3,80
12	-11,1	1,6	13,6	4,69	-14,3	1,6	12,2	4,79

Tabelle 3. Gegenüberstellung der simulierten und realen Temperaturmitteltemperaturen für den Standort Hannover.

Obwohl sich damit, wie ein Vergleich der in Tabelle 3 aufgeführten simulierten und realen Daten zeigt, für die langjährigen monatlichen Mittelwerte und Streuungen aber auch für die Extremwerte ausreichend genaue Ergebnisse erzielen lassen, ist das Modell in zweifacher Hinsicht unbefriedigend. Zum einen hängt die Temperatur vom Niederschlagszustand ab, im Winter sind Tage mit Niederschlag wärmer und im Sommer kälter als Tage ohne Niederschlag. Diesem Umstand wird dadurch begegnet, daß man Tage mit und ohne Niederschlag gesondert behandelt [25]. Aber auch die Ergebnisse eines derartigen Modells lassen noch Wünsche offen, da zum anderen die Tagesmitteltemperatur mehr oder minder von der Tagesmitteltemperatur des vorhergehenden Tages abhängt. Dieser Autokorrelation wird in den von [8] angegebenen Modellen Rechnung getragen. Danach erhält man die Tagesmitteltemperatur vermittels nachstehender Beziehung

$$t_i = \varrho\, t_{i-1} + (1 - \varrho)\, \mu_t + s_i$$

wobei t_i die Temperatur am i-ten Tag, μ_t der Mittelwert, ϱ der Korrelationskoeffizient 1. Ordnung und s_i eine Zufallsgröße ist.

Dieser Ansatz enthält die gewünschte Autokorrelation, während gleichzeitig sichergestellt wird, daß das Mittel der simulierten Temperaturwerte gleich dem Mittel der realen Daten ist. Um alle möglichen Unterschiede in der Korrelation und den Mittelwerten zu erfassen, werden die Niederschlagsreihenfolgen T/T, T/N, N/T, N/N (T - Tag ohne, N - Tag mit Niederschlag) getrennt behandelt. Nachdem für jeden Zeitabschnitt der Mittelwert und der Autokorrelationskoeffizient bestimmt ist, wird die Verteilung der Zufallsgröße mit Hilfe der obigen Beziehung ermittelt und durch eine geeignete Verteilungsfunktion angepaßt.

In etwas abgewandelter Form, die eine einfachere Schätzung der erforderlichen Modellparameter ermöglicht, wird das vorstehende Modell in [26] wie folgt dargestellt:

$$t_i = \mu_t(k) + \varrho(j/k) \frac{\sigma_t(k)}{\sigma_t(j)} [t_{i-1} - \mu_t(j)] + \sigma_t(k)\, n_i \sqrt{1 - \varrho^2(j/k)}$$

darin bedeutet t_i die Temperatur am i-ten Tag, μ_t der Mittelwert, σt die Streuung, $\varrho(j/k)$ einer der vier möglichen Autokorrelationskoeffizienten 1. Ordnung und n_i eine normalverteilte Zufallszahl mit dem Mittelwert Null und der Varianz Eins. Der Niederschlagszustand (Niederschlag (N) oder kein Niederschlag (T)) wird am (i-1)-ten Tag durch j, am i-ten Tag durch k gekennzeichnet.

4 Simulationsmodelle für weitere Wettergrößen

Neben dem täglichen Niederschlag und der Tagesmitteltemperatur können für bestimmte landwirtschaftliche Systeme noch andere Wetterparameter wie z.B. minimale und maximale Tagestemperatur, Sonneneinstrahlung und Wind von Bedeutung sein. Auch bei der Simulation dieser Wettergrößen besteht die Aufgabe zunächst darin, wesentliche Abhängigkeiten aufzudecken. Danach ist der Verlauf der Wettergrößen durch geeignete Verteilungsfunktion anzupassen. Vollständige Computerprogramme für die Simulation der wichtigsten Wetterparameter werden in [27, 28, 29] entwickelt.

Modellvorschläge für die Simulation des Windes sowohl für Richtung als auch für Geschwindigkeit sind in [30, 31] zu finden.

Wenn auch noch viele Probleme offen bleiben, reicht die zur Verfügung stehende Vielzahl von Modellvorstellungen für die Simulation von Wetterparametern in den meisten Fällen aus, den Anforderungen zu genügen, die bei der Simulation landwirtschaftlicher Systeme zu stellen sind. Oftmals müssen die Modelle jedoch noch auf die in Nordwesteuropa vorherrschenden Klimaverhältnisse übertragen werden.

Literatur

[1] Shriner, D.S.: Effects of simulated rain acidified with sulfuric acid on host-parasite interactions.
Water, Air andn Soil Pollution Bd. 8 (1977) Nr. 1, S. 9/14.

[2] Villalobos, F.J. u. E. Fereres: A simulation model for irrigation scheduling under variable rainfall.
Trans. ASAE Bd. 32 (1989) Nr. 1, S. 181/88.

[3] Waymire, E. u. Gupta, V.K.: The mathematical structure of rainfall representations. 1. A review of the stochastic rainfall models.
Water Resour. Res. Bd. 17 (1981) Nr. 5, S. 1261/72.

[4] Le Cam, L.: A stochastic description of precipitation.
Proc. 4th Berkeley Symp. Math. Statist. Prob. Bd. 3 (1961) S. 165/86.

[5] Kavvas, M.L. u. J.W. Delleur: A stochastic cluster model of daily rainfall sequences. Water Resour. Res. Bd. 17 (1981) Nr. 4, S. 1151/60.

[6] Gabriel, K.R. u. J. Neumann: A Markov chain model for daily rainfall occurence at Tel Aviv.
Quart. J. Roy. Meteor. Soc. Bd. 88 (1962) S. 90/95.

[7] Caskey, J.E., Jr.:A Markov chain model for the probability of precipitation occurence in intervals of various lengths.
Month. Weather Rev. Bd. 91 (1963) S. 298/301.

[8] Dumont, A.G. u. D.S. Boyce: The probabalistic simulation of weather variables.
J. Agric. Eng. Res. Bd. 19 (1974) S. 131/45

[9] Jackson, I.J.: Dependence of wet and dry days in the tropics.
Arch. Meteor. Geophys. and Bioklim. Ser. B, Bd. 29 (1981) S. 167/79.

[10] Feyerherm, A.M. u. L.D. Bark: Statistical methods for persistent precipitation patterns.
J. Appl. Meteor. Bd. 4 (1965) S. 320/28.

[11] Woolhiser, D.A. u. G.G.S. Pegram: Maximum likelihood estimation of Fourier coefficients to describe seasonal variations of parameters in stochastic daily precipitation models.
J. Appl. Meteor. Bd. 18 (1979) S. 34/42.

[12] Stern, R.D. u. R. Coe: A model fitting analysis of daily rainfall data.
J. Roy. Statist. Soc. Ser. A, Bd. 147, Teil 1 (1984) S. 1/34.

[13] Lowry, W.P. u. D. Guthrie: Markov chains of order greater then one.
Month. Weather Rev. Bd. 96 (1968) Nr. 11, S. 798/801.

[14] Gates, P. u. H. Tong: On Markov chain modeling to some weather data.
J. Appl. Meteor. Bd. 15 (1976) S. 1145/51.

[15] Chin, E.H.: Modeling daily precipitation occurence process with Markov chain.
Water Resour. Res. Bd. 13 (1977) Nr. 6, S. 949/56.

[16] Khanal, N.N. u. R.L. Hamrick: A stochastic model for daily rainfall data synthesis.
U.S. Dept. Agric. Misc. Publ. No. 1275 (1974) S. 197/210.

[17] Haan, C.T., D.M. Allen u. J.O. Street: A Markov chain model of daily rainfall.
Water Resour. Res. Bd. 12 (1976) Nr. 3, S. 443/49.

[18] Todorovic, P. u. D.A. Woolhiser: A stochastic model of n-day precipitation.
J. Appl. Meteor. Bd. 14 (1975) S. 17/24.

[19] Mielke, P.W., Jr. u. E.S. Johnson: Three-parameter kappa distribution maximum likelihood estimates and likelihood ratio tests.
Month. Weather Rev. Bd. 101 (1973) S. 701/707.

[20] Katz, R.W.: Computing probabilities associated with the Markov chain model for precipitation.
J. Appl. Meteor. Bd. 13 (1974) S. 953/54.

[21] Buishand, T.A.: Stochastic modelling of daily rainfall sequences.
Mededelingen Landbouwhogeschool Wageningen, Nederland, 77-3 (1977).
Wageningen: H. Veenman & Zonen B.V. 1977.

[22] Geng, S., F.W.T. Penning de Vries u. I. Supit: A simple method for generating daily rainfall data.
Agric. For. Meteor. Bd. 36 (1986) Nr. 4, S. 363/76.

[23] Jöhnk, M.D.: Erzeugung von betaverteilten und gammaverteilten Zufallszahlen.
Metrika Bd. 8 (1964) S. 5/15.

[24] France, J. u. J.H.M. Thornley: Mathematical Models in Agriculture. Kap. 6.
London: Butterworths 1984.

[25] Jones, J.W., R.F. Colwick u. E.D. Threadgill: A simulated environmental model of temperature, evaporation, rainfall and soil moisture.
Trans. ASAE Bd. 15 (1972) Nr. 2, S. 366/72.

[26] Haigh, D.A., L.J. Tubbs u. N.B. Pickering: Simulation of pollution by soil erosion and soil nutrient.
Wageningen: Pudoc 1984 (Simulation monographs).

[27] Lindgren, A.: A random climatic data generator.
Swedish Coniferous Forest Project, Techn. Rep. 8 (1977) 22 S.

[28] Larsen, G.A. u. R.B. Pense: Stochastic simulation of daily climatic data for agronomic models.
Agron. J., Bd. 74 (1982) S. 510/14.

[29] Richardson, C.W. u. D.A. Wright: WGEN: A model for generating daily weather variables.
U.S. Dept. of Agric., Agric. Res. Serv. ARS-8, 1984, 83 S.

[30] McWilliams, B. u. D. Sprevak: The simulation of hourly wind speed and direction.
Mathematics and Computer in Simulation Bd. 24 (1982) S. 54/59.

[31] Roldan-Canas, J., A. Garcia-Guzman u. A. Losada-Villasante: A stochastic model for wind occurence.
J. Appl. Meteor. Bd. 21 (1982) S. 740/44.