Ein Lösungsalgorithmus für Optimierungsmodelle der Landwirtschaft mit nichtlinearen Input-Output-Funktionen und dessen Realisierung mit dem Programm DMOPS

Gunter Dils, Berlin

1. Nichtlineare Input-Output-Funktionen in Optimierungsmodellen

Die lineare Optimierung ist seit mehreren Jahrzehnten eine wirkungsvolle Methode zur Modellierung ökonomischer, technischer und naturwissenschaftlicher Problemstellungen. Anwendungen liegen in der Industrie und Landwirtschaft, für Produktion, Transport, Handel, Materialwirtschaft u.a. vor.

Optimierungsmodelle werden sowohl auf betriebswirtschaftlicher als auch auf sektoraler Ebene in der Landwirtschaft genutzt und sind auf die Ökonomie der landwirtschaftlichen Produktion gerichtet.

Die landwirtschaftlichen Experten denken bei der Analyse, Planung und Durchführung des Produktionsprozesses stets in den Beziehungen zwischen Inputs und Outputs unter dem Blickwinkel des jährlichen Produktions- oder Wachstumszyklus. Die dabei betrachteten Größen als Input sind z.B. u.a.:

- Düngungsaufwand oder -kosten
- Einsatz von Arbeitskraft
- Maschinenleistungen
- Betreuungsleistungen
- Aufwendungen verschiedener chemischer Mittel
- Kreditkosten

und als Output der Produktion u.a.:

- Ertrag
- Leistung.

Die Beziehungen zwischen diesen Größen werden in Input-Output-Funktionen bzw. Produktionsfunktionen dargestellt, die im allgemeinen nichtlinear sind. Abbildung 1 zeigt die Kurven einiger möglicher Funktionen dieser Art.

Die funktionalen Zusammenhänge werden dabei nicht wie oben aus Absolutgrößen, sondern meist aus Relativgrößen mit einer bestimmten Basis (wie Aufwendungen und Erträge pro ha Anbaufläche, Aufwendungen und Leistungen pro Tier u.a.) gebildet.

Ein solcher Zusammenhang ist u.a. die Beziehung zwischen Ertrag (in dt/ha) und Stickstoffeinsatz (in kg/ha), wie er z.B. in Abbildung 2

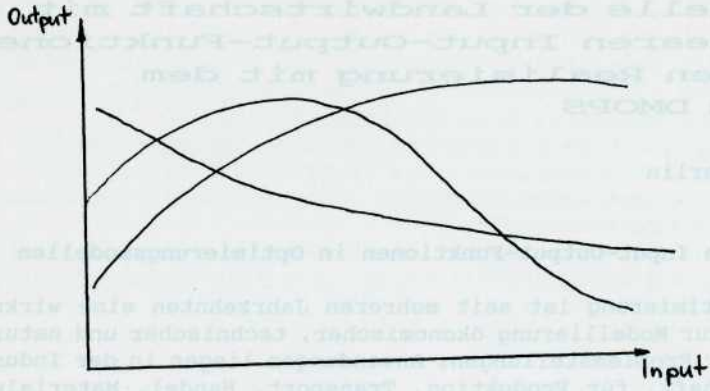

Abb. 1:

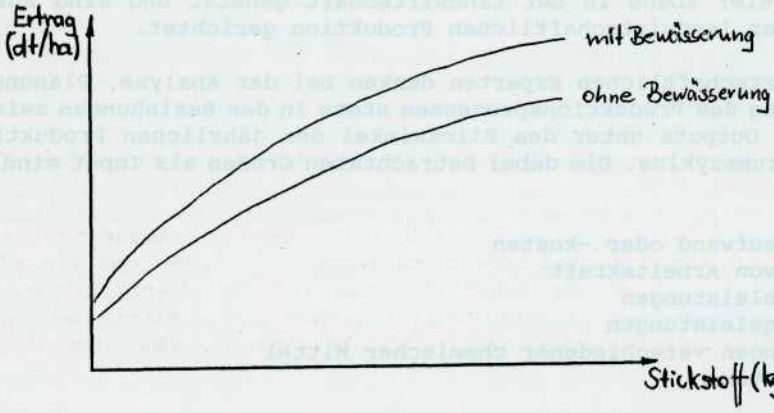

Abb. 2:

gezeigt wird, in der zwei Kurvenverläufe unter Berücksichtigung des zusätzlichen Wachstumsfaktors Bewässerung dargestellt sind.

Ein weiteres Beispiel ist die Beziehung zwischen dem Ertrag oder den Tierleistungen und dem Arbeitseinsatz (in Std./ha oder Std./Tier), deren Kurvenverlauf der aus Abbildung 1 gleichen kann. Aber auch Beziehungen, die die Substitution verschiedener Wachstumsfaktoren wiedergeben, können in Optimierungsmodellen Anwendung finden, wie das Beispiel zwischen Arbeitskräfteeinsatz und Maschineneinsatz in Abbildung 3 zeigt.

Der Nutzer eines Optimierungsmodells wählt eine Entscheidungsregel, z.B. Maximierung des Deckungsbetrages, deren Konsequenzen im Modell unter den definierten Bedingungen und Beziehungen bestimmt werden. Als Ergebnis erhält er Aussagen darüber,

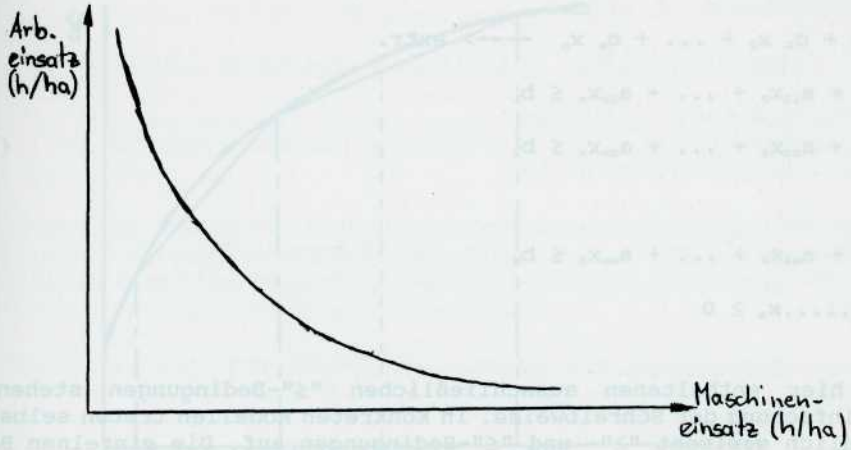

Abb. 3:

- welche Güter
- in welchem Umfang
- mit welchen Methoden
- in welchen Zeitabschnitten
- unter welchen physischen, materiellen und finanziellen Ressourcen zu produzieren sind.

Aktivitäten in einem Optimierungsmodell können die Anbaustruktur in Form der Anbauflächen der einzelnen Kulturen, die Größe der einzelnen Tierbestände, aber auch die Menge der End- und Zwischenprodukte, die technologisch eingesetzten Arbeitskräfte, Maschinen, Mittel und Materialien sein. Wobei der jeweilige Aggregationsgrad deren Untergliederung bestimmt.

In den Variablen werden mittels der Bedingungen des Modells u.a. folgende Sachverhalte modelliert:

- unterschiedliche Technologien,
- die Substitution verschiedener Produktionsfaktoren,
- die Beziehungen zwischen Aufwänden und Ergebnissen in Form von Produktionsfunktionen (Input-Output-Beziehungen),
- die unterschiedlichen Qualitäten der Ressourcen,
- der Saisoncharakter von Wachstum und Produktion,
- der Kauf und Verkauf von Ressourcen, z.B. Saatgut,
- die Fruchtfolge und die sich daraus ergebenden Erfordernisse,
- die Produktion und Verwendung von Koppelprodukten,
- der Stoffluß von Zwischenprodukten im System,
- die finanziellen Beziehungen, wie Kredite, Zinsen, Tilgungen, Gewinne,
- Investitionsmaßnahmen und deren Wirkungen.

Ein lineares Optimierungsmodell hat folgende mathematische Darstellung

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \quad \text{----> extr.}$$

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ &\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned} \qquad (1)$$

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$$

Die hier enthaltenen ausschließlichen "≤"-Bedingungen stehen zur Vereinfachung der Schreibweise. In konkreten Modellen treten selbstverständlich gemischt "≥"- und "≤"-Bedingungen auf. Die einzelnen Bedingungen beinhalten alle das System beschreibenden, für die Untersuchung als relevant angesehenen Input-Output-Beziehungen (Koeffizienten a_{ij} und c_i) der Produktionsaktivitäten x_i.

Die Koeffizienten der linearen Optimierungsaufgabe stellen in bezug auf die durch sie repräsentierte Input-Output-Beziehung einen Punkt auf der entsprechenden nichtlinearen Funktion dar. Die so erreichbare Widerspiegelungsgenauigkeit konkreter Prozesse und Bedingungen führt in vielen Anwendungen zu hinreichend genauen Aussagen, die die vom Nutzer zu treffenden Entscheidungen für das reale System unterstützen. Die Modelle werden allerdings, wenn man die Anzahl von verschiedenen End- und Zwischenprodukten, die unterschiedlichen Technologien, Arbeitsgänge und eingesetzten Ressourcen bei jeder von ihnen beachtet, bald sehr umfangreich. Um im Rahmen linearer Optimierungsmodelle zu verbleiben, werden zur stärkeren Berücksichtigung der nichtlinearen Beziehungen Linearisierungen vorgenommen, so daß Näherungen der genannten Funktionen im Modell verwendet werden. Für jede in der Linearisierung gewählte Stützstelle wird eine explizite, zusätzliche Variable im Modell eingeführt. Aus der optimalen Lösung bildet dann die entsprechende Kombination dieser Variablen den berechneten Umfang des eingesetzten Faktors und die dortige Linearisierung das im Modell berücksichtigte Ergebnis (Abb. 4).

Diese Vorgehensweise führt zu einem weiteren Anwachsen des linearen Optimierungsmodells.

Für die bisherige überwiegende Anwendung linearer Optimierungsmodelle und die Vermeidung der Arbeit mit nichtlinearen Modellen gibt es vielfältige Gründe:

- Für die Lösung linearer Optimierungsmodelle liegt eine relativ abgeschlossene Theorie vor, die rechentechnisch realisiert ist.
- Ein Großteil der nachzubildenden Beziehungen ist ab einem bestimmten Aggregationsniveau linear bzw. besitzt im interessierenden Bereich einen so großen Krümmungsradius, daß sie linear darstellbar sind.

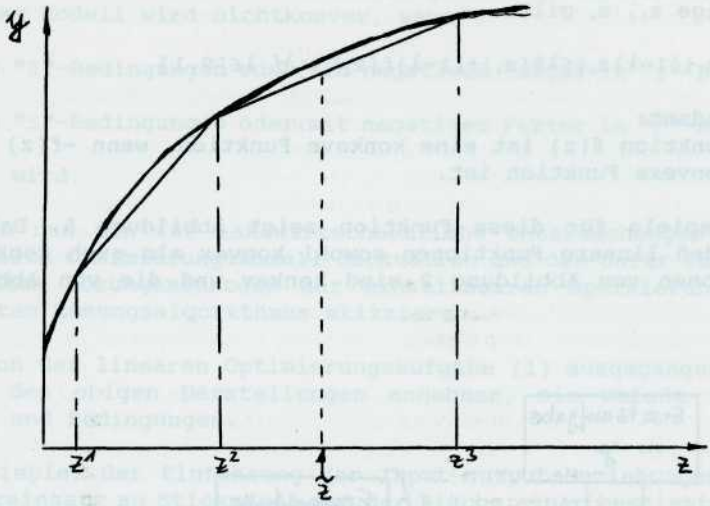

Abb. 4:

- Zum Aufstellen linearer Beziehungen werden wesentlich weniger Informationen benötigt als für nichtlineare. Die Lösungen linearer Modelle sind wesentlich einfacher zu interpretieren als die nichtlinearer Aufgaben.
- Für nichtlineare Optimierungsmodelle sind i.a. nur solche Algorithmen bekannt, die entweder ein konkretes, spezielles Modell lösen und somit für allgemeinere Anwendungen kaum in Frage kommen oder die zwar allgemeine Aufgaben lösen, aber in der Praxis nur bei einer geringen Anzahl von Variablen und Bedingungen mit einer angemessenen Anzahl von Iterationen in Optimumsnähe gelangen. Mit wachsender Größe der Modelle, wie es für ökonomische Problemstellungen der Landwirtschaft typisch ist, wächst gewöhnlich die notwendige Iterationszahl um ein Vielfaches.

Bevor das von uns untersuchte spezielle nichtlineare Optimierungsmodell eingeführt wird, sollen zunächst einige aus der Theorie der nichtlinearen Optimierung bekannten Aussagen zur Lösung solcher Modelle zusammengefaßt werden.

Bei den meisten bekannten Verfahren zur Lösung allgemein nichtlinearer Optimierungsaufgaben kann i.a. nicht garantiert werden, daß sie auf optimale Lösungen führen oder diese auch nur annähern. Die Ursache dafür liegt in den möglichen Eigenschaften dieser Modelle begründet, wie der Existenz mehrerer nichtzusammenhängender zulässiger Bereiche, des Vorhandenseins mehrerer lokaler Extremalpunkte u.a.

Eine Einschränkung der Nichtlinearität auf konvexe Modelle umgeht bei weiteren Voraussetzungen diese Probleme. Mit konvexen Modellen wollen wir uns näher befassen. Zur Definition konvexer Funktionen gilt:

Eine Funktion f(z) ist eine konvexe Funktion, wenn für beliebige z_1, z_2 gilt

$$f(\lambda z_1+(1-\lambda)z_2)\leq\lambda f(z_1)+(1-\lambda)f(z_2) \quad \forall\ \lambda\in[0,1]$$

und als Pendant:

Eine Funktion f(z) ist eine konkave Funktion, wenn -f(z) eine konvexe Funktion ist.

Einige Beispiele für diese Funktion zeigt Abbildung 5. Dabei wird sichtbar, daß lineare Funktionen sowohl konvex als auch konkav sind. Die Funktionen von Abbildung 2 sind konkav und die von Abbildung 3 konvex.

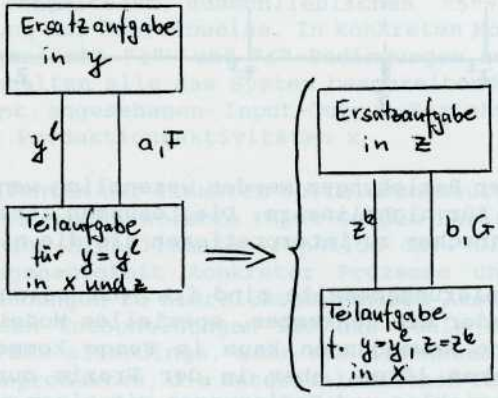

Abb. 5:

Konvexe Optimierungsmodelle sind dadurch gekennzeichnet, daß der zulässige Bereich, der durch das Ungleichungssystem gebildet wird, eine konvexe Menge ist (d.h. die Strecke zwischen zwei beliebigen Punkten der Menge ist in ihr enthalten) und die Zielfunktion bei Minimierung eine konvexe Funktion bzw. bei Maximierung eine konkave Funktion ist.

Der zulässige Bereich ist konvex, wenn konvexe Funktionen nur in "≤"-Bedingungen und konkave Funktionen in "≥"-Bedingungen verwendet werden.

Seien als Beispiel die Funktionen f_1 konvex und f_2 konkav, so können diese Funktionen in einem konvexen Optimierungsmodell u.a. in folgenden Bedingungen auftreten:

$$\begin{aligned}
f_1(z) &\leq 0, \\
f_2(z) &\geq 0, \\
-af_1(z) &\geq 0 \qquad \text{mit } a\geq 0, \\
-bf_2(z) &\leq 0 \qquad \text{mit } b\geq 0, \\
f_1(z) + \langle c,z\rangle &\leq 0, \\
f_2(z) + \langle d,z\rangle &\geq 0,
\end{aligned}$$

wobei in der rechten Seite auch beliebige Größen ungleich Null stehen können. Das Modell wird nichtkonvex, wenn

- $f_1(z)$ in "≥"-Bedingungen oder mit negativem Faktor in "≤"-Bedingungen oder
- $f_2(z)$ in "≤"-Bedingungen oder mit negativem Faktor in "≥"-Bedingungen

verwendet wird.

Wir wollen nun ein für landwirtschaftliche Untersuchungen typisches nichtlineares Optimierungsmodell darstellen und den dafür im Gegensatz zu bekannten Lösungsmethoden der nichtlinearen Optimierung von uns erarbeiteten Lösungsalgorithmus skizzieren.

Es wird von der linearen Optimierungsaufgabe (1) ausgegangen, von der wir nach den obigen Darstellungen annehmen, sie umfaßt zahlreiche Variablen und Bedingungen.

An dem Beispiel der Einführung der Input-Output-Beziehungen zwischen dem Düngereinsatz an Stickstoff auf der Fläche einer bestimmten Fruchtart und dem somit erzielten Ertrag soll ein für die Landwirtschaft typisches nichtlineares Optimierungsmodell gezeigt werden.

Sei die Ertragsfunktion $y = f(z)$ mit
y - Ertrag/ha bei Einsatz von
z - kg Stickstoff/ha gegeben.
Der Kurvenverlauf dieser Ertragsfunktion kann der aus Abbildung 2 entsprechen. Sie ist konkav.

Bei Einführung dieser Beziehung können folgende Veränderungen an (1) auftreten, wobei wir davon ausgehen, daß die Variable x_i die Anbaufläche der betrachteten Fruchtart darstellt:

1) In den Bedingungen j, in denen der Ertrag dieser Fruchtart Berücksichtigung findet, geht der Summand $a_{ji}x_i$ über in $(a'_{ji} + a''_{ji}f(z))x_i$.
   Solche Bedingungen können z.B. die mit der Ernte dieser Fruchtart verbundenen Aufwendungen sein, wobei a'_{ji} dem vom Ertrag unabhängigen Grundaufwand je ha Anbaufläche und a''_{ji} dem Faktor für den Aufwand je dt der zu erntenden Fruchtart entspricht.
   Da $f(z)$ konkave Funktion ist, so führt für feste x_i bei $a''_{ji} \geq 0$ der Ausdruck $(a'_{ji} + a''_{ji}f(z))x_i$ in "≤"-Bedingungen und bei $a''_{ji} \geq 0$ in "≥"-Bedingungen auf konvexe Mengen.
   Ein Spezialfall ist $a'_{ji}=0$, $a''_{ji}=1$ für Bedingungen, die den Ertrag explizit beinhalten. Hier geht die ursprüngliche lineare Beziehung $(a_{ji}x_i)$ über in $f(z)x_i$. Der aus der Linearisierung (Abb. 4) übernommene Parameter a_{ji} wird nun durch die entsprechende Produktionsfunktion ersetzt.

2) In den Beziehungen j, in denen der Stickstoffdüngemittelaufwand Berücksichtigung findet, geht der Summand $a_{ji}x_i$ über in $(a'_{ji} + a''_{ji}z)x_i$.
   Solche Bedingungen können z.B. die mit der Ausbringung dieses Düngemittels verbundenen Aufwendungen sein, wobei a'_{ji} den von der

Düngermenge unabhängigen pauschalen Aufwendungen je ha Anbaufläche und a''_{ji} dem Faktor für den Aufwand je kg der Düngemittelmenge entspricht.
Für feste x_i führt der Ausdruck $(a'_{ji} + a''_{ji}z)x_i$ sowohl in "≤"-Bedingungen als auch in "≥"-Bedingungen auf konvexe Mengen.

3) Entsprechendes gilt für den Zielfunktionskoeffizienten c_i in Abhängigkeit von dessen Definition.

Ordnet man die Variable x_i mit der speziellen Variablen z als z_i im rechten Teil der Koeffizientenmatrix an, tauscht den Index i mit n und faßt die nun veränderten Koeffizienten c_n und a_{jn} aus (1) zu allgemeineren Funktionen $g_n(z_n)$ zusammen, so hat das nichtlineare Optimierungsmodell die Gestalt:

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_{n-1}x_{n-1} + g_n(z_n)x_n \text{ ---> MIN.}$$

$$\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n-1}x_{n-1} + h_{1n}(z_n)x_n \le b_1 \\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n-1}x_{n-1} + h_{2n}(z_n)x_n \le b_2 \qquad (2) \\
&\ldots \qquad\qquad \ldots \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn-1}x_{n-1} + h_{mn}(z_n)x_n \le b_m \\
&x_1, x_2, \ldots, x_n, z_n \ge 0
\end{aligned}$$

Für die weiteren Aussagen grenzen wir hier die Optimierungsrichtung ohne Beschränkung der Allgemeinheit auf Minimierung ein.

Man beachte, daß dieses Modell wegen der Multiplikation der konvexen Funktionen mit den Variablen x nichtlinear und nichtkonvex ist. Das gilt, da Produkte konvexer Funktionen inkl. linearer Funktionen mit verschiedenen Variablen auf Nichtkonvexität führen. Zur Anwendung traditioneller Lösungsverfahren der nichtlinearen Optimierung ohne Beachtung der speziellen Struktur der Aufgabe treten die oben genannten Schwierigkeiten auf. Wie wir für unseren Lösungsalgorithmus später noch sehen werden, fordern wir trotzdem die Konvexität von g_n und h_{jn}, so daß (2) zumindest für feste Werte in x_n eine konvexe Aufgabe ist.

Für die Darstellung des Modells mit mehreren x-Variablen, die mit entsprechenden Funktionen g bzw. h multipliziert sind, benennen wir diese in y-Variablen um und schreiben das Modell nun in Matrixschreibweise:

$$\langle c,x\rangle + \sum_{i=1}^{p} y_i g_i(z_i) \text{ ---> MIN.}$$

$$Ax + \sum_{i=1}^{p} y_i h_i(z_i) \le b \qquad (3)$$

$$x \in X,\ y \in Y,\ z_i \in Z_i,\ i=1,\ldots,p,$$

mit $X \subset R^n$, $Y \subset R^p$, $Z_i \subset R^q$ - konvexe Mengen
und g_i, h_i - konvexe Funktionen.

Die Bedingungen $x \in X$, $y \in Y$, $z_i \in Z_i$ sind separate Bedingungen der einzelnen Variablengruppen und können sowohl zusätzliche Ungleichungsbedingungen als auch die Nichtnegativitätsbedingungen oder Begrenzungen sein. Wir wollen davon ausgehen, daß die Anzahl der nichtlinearen Variablen y,z gegenüber der Anzahl der linearen Variablen x gering sei.

Zur Lösung dieser Optimierungsaufgabe wird ein Dekompositionsverfahren genutzt. Dekompositionsverfahren dienen i.a. dazu, Optimierungsaufgaben so in Teilaufgaben zu zerlegen und diese dann wiederholt zu lösen, daß eine Lösung der Ursprungsaufgabe gefunden oder angenähert wird. Diese Zerlegung führt dazu, daß einfachere Aufgaben oder Aufgaben von geringerer Dimension oder zweckmäßiger Struktur gelöst werden und/oder der Aufwand zur Lösung der Teilaufgaben geringer als der zur Lösung der Gesamtaufgabe ist. Im Lösungsverfahren werden dann wechselseitig eine Ersatzaufgabe und die Teilaufgabe(n) gelöst bis eine hinreichend genaue oder die exakte Lösung der Ausgangsaufgabe gefunden ist.

Der Ansatz für das Lösungsverfahren zu der nichtlinearen, nichtkonvexen Optimierungsaufgabe (3) gründet sich auf deren spezieller Struktur.

- Ein Großteil der Variablen und Bedingungen bildet lineare Ausdrücke.
- Nur einige Variablen treten in einigen Bedingungen in nichtlinearen Beziehungen auf.
- Diese nichtlinearen Beziehungen sind von spezieller Struktur, die sich als Produkt aus einer nichtnegativen Variablen und konvexen Funktionen darstellt.

Wenn man einen Teil der Variablen feststehend annimmt, so entstehen folgende Teiloptimierungsaufgaben:

festgehaltene Variablen	Klasse d. Teil-0-Aufgabe	Umfang
y	konvex	groß
z	linear	groß
x	nichtkonvex	klein
x,z	linear	klein
x,y	konvex	klein
y,z	linear	groß

Nun wenden wir uns der Dekomposition von (3) zu.
Im ersten Dekompositionsschritt betrachten wir als Teilaufgabe zunächst die mit festgehaltenen y-Variablen. Das führt dazu, daß in einem Iterationsverfahren wechselseitig eine Ersatzaufgabe in y (also von geringem Umfang und mit spezieller Struktur) und die Teilaufgabe für jeweils ein konkretes, pro Iteration verschiedenes y zu lösen ist.

Die Ersatzaufgabe ist eine konvexe Optimierungsaufgabe über die angenommene geringe Anzahl von y-Variablen und kann mit entsprechenden

Verfahren gelöst werden. Der Konvexitätsbeweis ist recht umfangreich und soll hier nicht gezeigt werden. Als Lösungsverfahren haben wir uns wegen der Nichtdifferenzierbarkeit der Zielfunktion für ein Schnittebenenverfahren entschieden, das wiederum auf die Nutzung der Simplexmethode führt. Die Teilaufgabe ist, wie die Tabelle zeigt, eine umfangreiche, konvexe Optimierungsaufgabe. Durch die Dekomposition sind die Nichtkonvexität der Ursprungsaufgabe und die damit verbundenen Schwierigkeiten für ein Lösungsverfahren, wie die Existenz von globalen, stationären und lokalen Extrempunkten umgangen.

Zur Lösung der Teilaufgabe in x,z für feste y wird ein zweiter Dekompositionsschritt ausgeführt, indem nun außerdem z festgehalten wird, eine Ersatzaufgabe in z und die Teilaufgaben in x für feste y und z zu lösen ist (Abb. 5). Diese letzte Teilaufgabe ist linear und kann mit den Mitteln der Simplexmethode gelöst werden. Die Ersatzaufgabe in z ist ebenfalls konvex und von geringem Umfang.

Das Gesamtverfahren wurde von uns, zunächst mit einzelnen Vereinfachungen, im Mikrorechnerprogrmam DMOPS in mehreren Stufen realisiert. Da eine wesentliche Basis dazu die Simplexmethode bildet, wurde diese zunächst in der ersten Stufe programmiert und kann für beliebige lineare Optimierungsmodelle selbständig genutzt werden. In einer zweiten Stufe wurde der obige Lösungsalgorithmus für (3) mit der Einschränkung auf zunächst lineare Funktionen h und g realisiert und steht zur Verfügung. In der laufenden dritten Stufe wird die Verwendung allgemein konvexer Funktionen h und g erarbeitet. Sie befindet sich in der Testphase.

2. Mikrorechnerprogramm DMOPS

Das Programm DMOPS stellt eine Softwarelösung dar, die die Erstellung, Modifizierung, Veränderung, Speicherung und Lösung linearer und der der genannten nichtlinearen Optimierungsprobleme auf 16-Bit-Rechnern ermöglicht. Im Unterschied zu anderen Optimierungsprogrammen wurde bei DMOPS auf eine interaktive Modelleditierung orientiert, die mit der Vorgehensweise in den bekannten Tabellenkalkulationsprogrammen vergleichbar ist. Alle Modellbestandteile werden übersichtlich am Bildschirm dargestellt, sind direkt über Kursorsteuerung addressierbar und können damit beliebig modifiziert werden. Der Gesamtkomplex an Programmfunktionen wird über Menüs angeboten, die eine einfache Bedienung für den Nutzer ermöglichen.

Für die mit DMOPS bearbeitbaren linearen Optimierungsmodelle gibt es keine wesentlichen Einschränkungen in der Art und Weise der Definition von Zeilen und Spalten. Für die Variablen sind vier verschiedene Begrenzungsarten - größer Null (GN), mit oberer Grenze (OG), mit unterer Grenze (UG) und mit sowohl unterer als auch oberer Grenze (UOG) - angebbar.

Es können fünf verschiedene Arten von Beschränkungen für die einzelnen Bedingungen - freie Bedingung (**), kleinergleich Bedingung (<=), größergleich Bedingung (>=), sowohl kleiner- als auch größergleich Bedingung (<>) und Gleichung (=) - verwendet werden.

Mit diesen Möglichkeiten sind im Prinzip die gebräuchlichsten Anwendungen linearer Optimierungsmodelle effektiv darstellbar. Im Hauptmenü werden die sieben Menüzweige angeboten:

A - Aufbau Modell
L - Lese Modell
S - Schreibe Modell
E - Editiere Modell
O - Optimiere
D - Druck Modell
R - Return/Ende

Neben der Arbeit mit DMOPS-Modelldateien ist die Verarbeitung von speziellen Dateien in Form von MPS-Datendecks oder Textdateien mit festgelegtem Format möglich.

Wesentlicher Bestandteil von DMOPS ist der Modelleditor, mit dem vielfältige Modifikationen an Optimierungsmodellen ausgeführt werden können. Dazu zählen insbesondere die Änderung einzelner Koeffizienten, Grenzen von Variablen und Bedingungen, das Einfügen und Löschen von Variablen und Bedingungen u.a.

Die Anzeige des Modells auf dem Bildschirm erfolgt vom Prinzip wie im folgenden Beispiel:

```
dMOPS II V:3.00 - EDIT                          (c)'90   gd   3.1.90
   MODELL:  AUFW-ERG                   LETZTE MODI:27.6.90     6X  8
   1/ 1 WI-GE SO-GE KART  ZUCK GRÜN SILOF GEMUE OBST      RS1      RS2
KOSTEN    2.10  1.70 4.00  3.80 2.50 2.70  16.20 13.80  **
GEWINN    1.40  1.30 1.50  1.50 0.40 1.20  12.70  7.80  **
FVG/ZK   -1.00 -1.00 1.00  1.00                        <=
FL-OBST                                    1.00  1.00  <=          80
LEB.ARB   1.60  1.60 2.70 25.00 0.60 0.80   0.90 12.00  <=        2150
LN (HA)   1.00  1.00 1.00  1.00 1.00 1.00   1.00  1.00  =     600.00 600
----------GN----GN---GN----UG---GN---GN-----GN----GN--
GR 1   :                 52.60
GR 2   :

^V Einfue ^Y Loesch ? Hilfe ^F Formel
ET Modif ESC Ende ^E oben ^X unten ^S links ^D rechts HM AnfEND Ende
```

Der wesentliche Bildschirminhalt ist für die Darstellung der Koeffizienten, rechte Seite, Begrenzungen der Variablen, der Typen von Bedingungen und Variablenbegrenzungen und die Bezeichnungen von Variablen und Bedingungen vorgesehen. Über den gesamten Bildschirm kann mittels Kursor zu beliebigen Koeffizienten gegangen werden.

Wenn die Anzahl der Bedingungen und/oder Variablen dazu führt, daß die Beschränkungen der rechten Seite und/oder die Grenzen der Variablen oder auch die Koeffizienten einzelner Bedingungen oder Variablen nicht mehr auf dem Bildschirm angezeigt werden können, so werden diese durch Kursorbewegung und Sprünge eingeblättert.

Die Angaben im Kurzmenü beziehen sich auf das Einfügen (^V) und Löschen (^Y) von beliebigen Zeilen oder Spalten, das Modifizieren (ET) einzelner Elemente, Zeilen oder Spalten und verschiedene Sprünge (^E, ^X, ^S, ^D); z.B. ^E aus dem Teil der Koeffizienten zu den Variablenbezeichnungen.

Mit Hilfe dieser Funktionen sind beliebige Manipulationen an allen Teilen eines linearen Optimierungsmodells ausführbar. Die Optimierung erfolgt nach Auswahl der Zielfunktionszeile und der Optimierungsrichtung mit dem Simplexverfahren selbständig. Bei Bedarf kann der Nutzer über Testmenü das Lösungsverfahren in einzelnen Iterationen anhalten, um Zwischenergebnisse auszudrucken oder auf Datei abzuspeichern.

Wahlweise kann das Lösungsverfahren mit einer auf Datei vorliegenden Lösung gestartet werden. Ebenfalls können in regelmäßigen Abständen die jeweils aktuellen Lösungsinformationen auf einer solchen Datei abgespeichert werden. Auf diese Weise ist es möglich, besonders bei großen Modellen, den Wiederanlauf zu realisieren. Bei geringfügigen Modelländerungen kann das Verfahren mit einer optimalen Lösung eines vorangegangenen Modells gestartet werden, die i.a. zunächst auf Unzulässigkeit bzw. Nichtoptimalität führt, wodurch man aber insgesamt u.U. in wenigen Iterationen zu einer optimalen Lösung gelangt.

Die gefundene Lösung oder die Information über Unzulässigkeit oder Unlösbarkeit werden protokolliert.

Anforderungen an die Hardware

Das Programm DMOPS wurde im Betriebssystem MS-DOS in der Programmiersprache TURBO-PASCAL Version 5.5 erstellt. Es hat einen minimalen Hauptspeicherbedarf von 200 kByte und benötigt zur Ausführung auf dem jeweiligen Mikrorechner, wegen der Vielzahl mathematischer Operationen im Simplexalgorithmus, einen numerischen Koprozessor. Die Größe der zu bearbeitenden Optimierungsmodelle bestimmt den jeweiligen insgesamt benötigten Hauptspeicherumfang. Bei einem Beispielmodell mit 323 Zeilen, 376 Spalten und 3200 Nichtnullelementen wurden 480 kByte Hauptspeicher für Programm und Datenbereiche benötigt.

Modell	1	2	3
Dimension	50x73	119x245	323x376
Besetztheitsgrad (%)	20.0	4.1	2.6
Iterationen	100	123	427
Rechenzeit (min)	0.5	6.5	20.0

Die Tabelle zeigt eine kurze Übersicht über einige auf dem Mikrorechner MEMOREX 7060 mit 20 MHz-Taktfrequenz gelöste lineare Optimierungsmodelle. Die Iterationszahl und Rechenzeit bezieht sich immer auf den vollständigen Lösungsprozeß bis zum Auffinden einer optimalen Lösung.

Die Tests zur Lösung von Modellen (3) mit linearen Funktionen h und g zeigten an kleineren Modellen (50 Zeilen, 70 Spalten) mit 3 bis 9 nichtlinearen Variablen y und jeweils einer zugeordneten z-Variable die

Funktionstüchtigkeit des Algorithmus. Folgende erste Ergebnisse liegen auf dem genannten Mikrorechner vor:

y-Variablen	Iterationen	Simplexschritte	Rechenzeit (min)
3	12	488	4.1
5	19	942	9.8
9	37	1913	20.1

Diese Rechenzeiten zeigen, daß bei weiterer Vergrößerung der Modelle der Übergang auf einen leistungsfähigeren Rechnertyp notwendig ist. Für kleinere Modelle sind sie noch annehmbar.

Weiterentwicklung des Programms

Die Weiterentwicklung erfolgt auf mehreren Ebenen. Beim Modelleditor wird eine Verknüpfung von Modellen bzw. Teilmodellen aus verschiedenen Modelldateien vorgesehen. Das soll die Konstruktion von Modellen vereinfachen, wobei ein aufzubauendes Modell mit Hilfe verschiedener vorliegender Standardteilmodelle erarbeitet werden kann.

Für die Arbeit mit Modell (3) wird die Einsetzung konvexer bzw. konkaver Funktionen an Stelle einzelner Koeffizienten vorgesehen. Zunächst wird deren Auswahl aus einer Menge von Standardfunktionen und die Festlegung deren Parameter durch den Nutzer realisiert.

Außerdem sind Ergänzungen hinsichtlich einer umfassenden Ergebnisaufbereitung in Form eines REPORT GENERATORs geplant.