Das Expertensystem CADEMO zur Modellwahl und Versuchsplanung

Dieter Rasch, Rostock
Erhard Schimke, Rostock

1. Kurzbeschreibung des Expertensystems CADEMO

CADEMO ist eine Abkürzung für

Computer
Aided
Design of
Experiments and
MOdeling

Es ist ein Hilfsmittel zur Präzisierung von Aufgabenstellungen der experimentellen Forschung. Diese Präzisierung ist eng mit der Modellwahl verbunden. Vor allem dient CADEMO zur optimalen Planung von Versuchen und ist überall dort einsetzbar, wo solche Versuche durchgeführt werden, die statistisch auszuwerten sind. Das ist in den Forschungsprozessen fast aller Wirtschaftszweige der Fall. CADEMO enthält neueste Erkenntnisse der angewandten Statistik, die teilweise noch nicht oder in Fachzeitschriften unterschiedlichster Disziplinen publiziert und damit oft nicht einfach auffindbar sind.

Im Gegensatz zur Versuchsauswertung, für die inzwischen zahlreiche Programmpakete existieren, gibt es zur Versuchsplanung, die erst in der zweiten Hälfte unseres Jahrhunderts voll zur Entfaltung gekommen ist, nur einige wenige Programme. Die Bearbeiter von CADEMO haben selbst Anteil an der Entwicklung der Theorie der Versuchsplanung, und viele Resultate, die von ihnen erarbeitet wurden, sind in CADEMO eingeflossen. Für die Dialoggestaltung konnten langjährige Erfahrungen aus Beratungen zur Versuchsplanung und -auswertung von CADEMO-Mitarbeitern genutzt werden.

1.1. An wen wendet sich CADEMO?

CADEMO wendet sich an Nutzer mit unterschiedlichen Kenntnissen in der statistischen Versuchsplanung und -auswertung. Durch die Vielzahl der Modulkomplexe und durch die Schnelligkeit, mit der umfangreiche Berechnungen optimaler Versuchspläne in CADEMO ablaufen, wird CADEMO auch für einen erfahrenen beratenden Statistiker von Nutzen sein.

Andererseits setzt CADEMO so geringe Vorkenntnisse in Versuchsplanung und -auswertung voraus, daß Versuchsansteller nach einem einwöchigen Einführungskurs auf diesem Gebiet oder nach dem Studium der in 1.2. zitierten Einführungsliteratur mit diesem System arbeiten können. Vor allem für solche Nutzer sind die verschiedenen Hilfen und die langen Wege in den Dialogen gedacht. Einen solchen Nutzer könnte man wie folgt charakterisieren:

- Er ist in der Forschung oder in der Entwicklung neuer Produkte tätig und muß sich neue Kenntnisse durch ein Experiment, durch Beobachtungen oder über Erhebungen verschaffen. Dabei soll bei minimalem Aufwand eine möglichst hohe Zuverlässigkeit des Ergebnisses erreicht werden.
- Er besitzt nur geringe Vorkenntnisse darüber, wie er seinen Versuch hierfür optimal anlegen muß.
- Er hat nur selten oder hatte noch gar nicht mit einem Computer zu tun.

1.2. Literatur im Umfeld von CADEMO

Vor allem sind in CADEMO viele der in den drei Bänden der "Verfahrensbibliothek Versuchsplanung und -auswertung" (RASCH u.a., 1978, 1981) enthaltenen Algorithmen aufgenommen bzw. weiterentwickelt worden. Die Worterläuterungen, die man an jeder Stelle des Dialogs aufrufen kann, sind zum größten Teil Kurzfassungen der Erläuterungen des "Biometrischen Wörterbuches" (RASCH (Federf.), 1987, 1989).

Einen elementaren Text zur Einführung in die Versuchsplanung und -auswertung stellt das Hochschullehrbuch "Einführung in die Biostatistik" (RASCH (Federf.), 1988, 1989) dar.

Grundlagen für die Erarbeitung von CADEMO bildet folgende Literatur, eingeteilt nach Problemkreisen:

- **Probleme der allgemeinen Statistik**
  nachzulesen bei: RASCH (1988, 1989);
  RASCH u.a. (1973);
  RASCH and TIKU (1984, 1985)

- **Wirkstoffgehaltsprüfung - Bioassay**
  nachzulesen bei: GUIARD (1984)

- **Populationsgenetik**
  nachzulesen bei: HERRENDÖRFER und SCHÜLER (1987);
  RASCH und HERRENDÖRFER (1989)

- **Statistische Qualitätskontrolle und Lebensdauerprüfung**
  nachzulesen bei: STORM (1987)

- **Medizinische Studien**
  nachzulesen bei: ADAM (1971)

Diese Literatur wird zum Nachschlagen empfohlen, da die Autoren an der Erarbeitung von CADEMO maßgebend beteiligt sind und in Stil und Symbolik kaum von CADEMO abweichen.

1.3. Liste der CADEMO-Moduln

Modulkomplex	Modul	Kurzbez.
-	Leitprogramm	LPRO
Analyse von Wachstumskurven	-	WACH
	Exponentielles Wachstum	EXWA
	Gompertzsche Wachstumsfunktion	GOWA
	Logistische Wachstumsfunktion	LOWA
	Bertalanffysche-Wachstumsfunktion	BEWA
	Tanh-3-Funktion	T3WA
	Tanh-4-Funktion	T4WA
	arctan-3-Funktion	A3WA
	arctan-4-Funktion	A4WA
	Janoscheksche Wachstumsfunktion	JAWA
	Richardsche Wachstumsfunktion	RIWA
	Modellwahl	MOWA
Auswahl und Konstruktion von Versuchsanlagen	-	ANLA
	Zufällige Zuordnung von Versuchseinheiten (Randomisation)	ZUZO
	Konstruktion von balancierten unvollständigen Blockanlagen - BUB	KBUB
	Faktorielle 2**p-Pläne	FAK2
Auswahlverfahren	-	AUWA
	Indifferenzbereichsproblematik	INAU
	Teilmengenauswahl	TEAU
Beurteilung von Mittelwerten und Wahrscheinlichkeiten	-	MIWA
	Beurteilung einer Beobachtungsreihe	MIW1
	Beurteilung und Vergleich von zwei Beobachtungsreihen	MIW2
Feldversuchswesen	-	FEVE
	Planung von Teilstückgröße und Wiederholungsanzahl	FEVA
	Auswahl und Konstruktion spezieller Versuchsanlagen	FEVB
	Wahl des Auswertungsverfahrens für Einzelversuche und Versuchsserien	FEVD
Populationsgenetik	-	POPG
	Schätzung genetischer Parameter	POPA

Modulkomplex	Modul	Kurzbez.
Regressionsanalyse mit einer einstellbaren Einflußgröße	-	REA1
	Lineare Regression	LIRE
	Polynomiale Regression	PORE
	Modellwahl in der nichtlinearen Regression	MONI
	Exponentielle Regression (2 Parameter)	ZERE
	Exponentielle Regression (3 Parameter)	EXRE
	Gompertz-Regression	GORE
	Logistische Regression	LORE
	Bertalanffy-Regression	BERE
	Tanh-3-Regression	T3RE
	Tanh-4-Regression	T4RE
	Arctan-3-Regression	A3RE
	Arctan-4-Regression	A4RE
	Janoschek-Regression	JARE
	Michaelils-Menton-Regression	MIRE
Statistische Qualitätskontrolle und Lebensdauerprüfung	-	LEDA
	Stichprobenpläne für Attributprüfung	ATRI
	Zuverlässigkeitsuntersuchungen auf der Basis der Exponentialverteilung	ERNE
Wirkstoffgehaltsprüfung-Bioassay	-	WIBI
	Bioassay für ein quantitatives Merkmal	BIOQ
	Bioassay für ein qualitatives Merkmal	BIOA

2. Beschreibung der Modulkomplexe und Moduln

2.1. Einführung in die Versuchsplanung und Modellwahl

Versuche sind in vielen Wissenschaftsdisziplinen eine wesentliche Grundlage der Erkenntnisgewinnung. Sie dienen zur Aufdeckung von Gesetzmäßigkeiten, zur Überprüfung von Hypothesen, zur Entscheidungsfindung und zur Informationsgewinnung. Damit sind die Methoden der Versuchsplanung und -auswertung Bestandteile der Forschungsmethodik.

Der Begriff Versuchsplanung im weiteren Sinne beinhaltet die Gesamtheit aller Möglichkeiten für die Planung von Experimenten. Ein erster Schritt bei der Planung eines Experiments sollte in der Regel die Präzisierung der Versuchsfrage sein. Mit der Präzisierung der Versuchsfrage eng verbunden ist die Frage nach dem Modell, dem Abbild der objektiven Realität, das für das Experiment unterstellt werden soll und nach dem sich auch die Wahl eines Auswertungsverfahrens für die Resultate (z.B. Meßergebnisse) des Experiments richtet.

Ganz allgemein bezeichnet man in Wissenschaft und Forschung mit Modell die von Nebensächlichem abstrahierende, formalisierte Darstellung eines

Sachverhaltes. Häufig bedient man sich bei dieser formalisierten Darstellung der Sprache der Mathematik und erhält so ein mathematisches Modell. Spezielle mathematische Modelle, die Erscheinungen beschreiben, in denen der Zufall eine wesentliche Rolle spielt, und damit Zufallsgrößen enthalten, heißen statistische oder stochastische Modelle.

Unter Modellwahl mit dem Expertensystem CADEMO ist in der Regel die im Dialog mit dem Nutzer erfolgende Wahl eines für eine bestimmte Problemstellung passenden statistischen Modells (bzw. Auswertungsverfahrens) aus einer Menge möglicher Modelle zu verstehen. Steht das Modell (bzw. Auswertungsverfahren) fest, können weitere damit in Zusammenhang stehende Probleme der statistischen Versuchsplanung mit CADEMO geklärt werden. Dazu gehören insbesondere:
- Konstruktion und Auswahl der Versuchsanlage,
- Bestimmung eines optimalen Versuchsplanes.

Die konkrete Bedeutung der Begriffe Versuchsanlage bzw. Versuchsplan ist eng mit dem speziellen statistischen Modell verbunden und nicht notwendig stets dieselbe. So besteht z.B. ein 'optimaler' Versuchsplan für die (möglichst genaue) Schätzung der unbekannten Regressionskoeffizienten im Modell der einfachen linearen Regression mit einem einstellbaren Regressor (Einflußgröße) aus den 'optimalen' Meßstellen (Werte der Einflußgröße) und der in Abhängigkeit von bestimmten Genauigkeitsvorgaben zu bestimmenden Anzahl von Messungen an diesen Stellen. Sind im gleichen Modell die Werte der Einflußgröße nicht vor dem Versuch festlegbar und ist der Regressor damit eine Zufallsgröße, so reduziert sich ein Versuchsplan auf die Anzahl der Messungen oder Beobachtungen (Stichprobenumfang). Die Art der Genauigkeitsvorgaben variiert mit dem gewählten statistischen Modell. Bestandteil jeglicher statistischen Versuchsplanung ist die bereits erwähnte Bestimmung des Versuchsumfanges in Abhängigkeit von bestimmten Genauigkeitsvorgaben. Die Festlegung dieser Genauigkeitsforderungen ist ein wesentlicher und wichtiger Schritt im experimentellen Forschungsprozeß, da hiermit gesichert wird, daß weder zu wenige Versuchseinheiten in das Experiment einbezogen und damit das Risiko falscher Aussagen aus dem Versuch zu groß wird, noch daß der Versuch unnötig umfangreich und damit zu teuer für eine bestimmte Genauigkeit des Ergebnisses wird. Mitunter ist es aus bestimmten Gründen nur möglich, einen vorgegebenen Versuchsumfang zu realisieren. In den meisten dieser Fälle haben Sie die Möglichkeit, mit CADEMO die mit dem gegebenen Versuchsumfang erreichbare Genauigkeit zu bestimmen.

In den folgenden ausführlichen Beschreibungen der Modulkomplexe von CADEMO wird für die entsprechenden Problemkreise konkret erklärt, welche Modellwahl- und Versuchsplanungsmöglichkeiten Ihnen CADEMO bietet.

2.2. Der Modulkomplex Populationsgenetik

Als Populationsgenetik bezeichnet man das Teilgebiet der Genetik, das sich unter Nutzung biometrischer Methoden auf der Grundlage von Modellen mit den genetischen Strukturen von Populationen und den Änderungen vorrangig durch Selektion, aber auch durch Migration, Mutation und

Paarung beschäftigt. Die Populationsgenetik kann als Teil der theoretischen Züchtung angesehen werden. Dieser Modulkomplex wendet sich an:
- Biomathematiker,
- Tierzüchter,
- Pflanzenzüchter,
- Veterinärmediziner,
- Biologen,
- Ornithologen

und Studenten dieser Fachrichtungen. Es ist eine vollständige Bearbeitung der Versuchsplanung zu allen populationsgenetischen Problemen vorgesehen. Zunächst wird die Versuchsplanung zur Schätzung von Parametern in populationsgenetischen Modellen bearbeitet. Das sind z.B. folgende Parameter:
- phänotypische Varianz, phänotypische Kovarianz,
- genetische Varianz, genetische Kovarianz,
- Heritabilitätskoeffizient,
- genetische Korrelation,
- phänotypische Korrelation

im einfachen populationsgenetischen Modell. In erweiterten Modellen sind zusätzliche Parameter zu schätzen. Es sollen Modelle mit Maternaleffekten, Genotyp-Umwelt-Wechselwirkung und mit nichtadditiver Grenzwirkung behandelt werden. Darüber hinaus enthält dieser Modulkomplex ein Verfahren zur Auswahl von Merkmalen für ein Zuchtziel, Verfahren zur Wahl eines passenden populationsgenetischen Modells, Verfahren zu Zuchtwertvorhersagen in gegebenen Modellen und deren Genauigkeit für verschiedene Informationsquellen, die Selektionsdifferenz für verschiedene Verteilungen.

Bei der Bearbeitung obiger Probleme werden folgende Datenstrukturen vorrangig berücksichtigt:
- Halbgeschwisterstrukturen,
- Vollgeschwisterstrukturen,
- Voll- und Halbgeschwisterstrukturen,
- Eltern-Nachkommenstrukturen.

Die Planung von Versuchen zur simulierten Selektion mit realen Daten wird angegeben.

Spezielle Literatur:

GROSSMAN, M.: Sampling variance of the correlation coefficients estimated from analysis of variance and covariance. Theor. Appl. Gen. 40 (1970), 357-359

GUIARD, V.: Versuchsplanung zur Schätzung der genetischen Korrelation mit der Varianz-Kovarianzanalyse. Diss. der AdL, Berlin 1977

GUIARD, V.; HERRENDÖRFER, G.: Estimation of the genetic correlation by half sib analysis if the characters are measured on different offsprings. Biom. J. 19 (1977), 31-36

HAMMOND, N.: The sampling variance of the correlation coefficients estimated from two-fold nested and offspring-parent analyses. Theor. Appl. Gen. 42 (1972), 97-100

RASCH, D.; HERRENDÖRFER, G. (Federf.): Handbuch der Populationsgenetik und Züchtungsmethodik. Deutscher Landwirtschftsverlag, Berlin 1989

ROBERTSON, A.: The sampling variance of the genetic correlation coefficient. Biometrics 15 (1959), 469

SCHEINBERG, E.: The sampling variance of the correlation coefficients estimated in genetic experiments. Biometrics 22 (1966), 187-191

SCHÜLER, L.; HERRENDÖRFER, G.: Methoden und Datenstrukturen zur Schätzung genetischer Parameter. Genetische Probleme in der Tierzucht, Heft 9. FZ für Tierproduktion der AdL der DDR, Berlin 1986

STAHL, W.; RASCH, D.; SILER, R.; VACHAL, J.: Populationsgenetik für Tierzüchter. Deutscher Landwirtschaftsverlag, Berlin 1969

2.3. Der Modulkomplex Analyse von Wachstumskurven

Wachstumsfunktionen sind spezielle nichtlineare Regressionsfunktionen, die monoton wachsen, die nichtnegative Funktionswerte besitzen und deren Argument meist das Alter (die Zeit) ist, das somit nichtnegtiv ist. Solche Funktionen spielen eine Rolle

bei der Beschreibung des Wachstums von
- Menschen (Medizin),
- Tieren (Tierproduktion, Biologie),
- Pflanzen (Gartenbau, Forstwirtschaft, Pflanzenproduktion),

aber auch bei der Beschreibung des Wachstums von
- Populationen (Versicherungswesen, Bevölkerungsplanung), Ökologie

oder der Entwicklung ökonomischer Kenngrößen wie
- Verbrauch technischer Artikel,
- Anzahl der Benutzer bestimmter Verkehrsmittel (bzw. von Kunden von Touristikunternehmen).

Dieser Modulkomplex kann auch zur Beschreibung von Abklingprozessen verwendet werden. Die in WACH enthaltenen Funktionen sind Wachstumsfunktionen, wenn die Parameter bestimmte Bedingungen (meist an ihr Vorzeichen) erfüllen. In den anderen Fällen ergeben sich monoton fallende Funktionen, mit denen andere Verläufe als Wachstumsvorgänge beschrieben werden können.

Hauptanwender dieses Modulkomplexes sind Wissenschaftler in
- Forstwirtschaft (Ertragskunde),
- Acker- und Pflanzenbau,
- Tierproduktion,
- Mathematische Ökologie (Populationswachstum),
- Wirtschaftswissenschaften (Volkswirte, Betriebswirte),
- Medizin (Wachstum beim Menschen, Wachstum von Bakterienkulturen).

Wir beschränken uns in der folgenden Beschreibung der Einfachheit halber auf Wachstumsprozesse; das bedeutet aber nicht, daß nicht Analoges für Abklingprozesse gilt.

Wir modellieren die wachsende Größe y durch eine Zufallsvariable Y, die von einer Funktion $f(x,\theta)$ des Alters x und einem Fehlerglied E abhängt

$$Y = f(x,\theta) + E \qquad (1)$$

Dabei ist θ ein (meist unbekannter) Parametervektor $\theta' = [\theta(1),\ldots,\theta(p)]$ mit p Komponenten.

MOWA - Modul Modellwahl

CADEMO ist ein Dialogsystem zur Modellwahl und zur Versuchsplanung. Den ersten Schritt der Modellwahl hat man hinter sich, wenn man durch das Leitprogramm zu den Wachstumsmodellen geführt wurde. **WACH** setzt nun mit dem Modul Modellwahl zunächst die Modellwahl fort, sofern mindestens 6 Wertepaare $(x(i), y(i))$ $(i=1,\ldots,n,\ n\geq 6)$ (z.B. Alter für x und Wert der wachsenden Größe für y) vorliegen. Hierbei werden die in **WACH** enthaltenen Wachstumsfunktionen an die vorliegenden Wertepaare angepaßt, d.h., es wird eine Schätzung des unbekannten Parametervektors θ vorgenommen. Man kann zwischen zwei Kriterien für die Auswahl eines Wachstumsmodells wählen. Das erste Kriterium ist die Minimierung der Restvarianz der Beobachtungswerte.

Die Restvarianz ist ein Maß für die Abweichung und wird wie folgt berechnet: Man bildet an jeder Meßstelle (für jedes Alter, an dem eine Messung vorgenommen wurde) die Differenz zwischen dem Beobachtungswert und dem Funktionswert der angepaßten Wachstumsfunktion, quadriert jede Differenz und bildet die Summe aller so erhaltenen Quadrate. Diese Summe teilt man anschließend durch die Differenz aus der Anzahl der Meßwerte und der Anzahl geschätzter Parameter in der angepaßten Funktion. Die so errechnete Restvarianz ist ein Schätzwert für die unbekannte Modellfehlervarianz.

Weitere Kriterien werden nach ihren Autoren als Cp-Kriterium von Mallows als Akaike- bzw. als Schwartzkriterium bezeichnet. In vielen Fällen paßt sich eine Funktion um so besser an vorgegebene Daten an, je mehr Parameter diese Funktion enthält. Andererseits erschwert eine große Anzahl von Parametern deren Interpretation. Gerade die Interpretierbarkeit der Parameter ist aber der Grund für die Verwendung spezieller Wachstumsfunktionen anstelle von Polynomen. Cp-Kriterium, Akaike- und Schwartzkriterium gehen zunächst auch von der Restvarianz aus, enthalten aber einen weiteren Summanden, der um so größer ist, je mehr Parameter in der jeweiligen Wachstumsfunktion zu schätzen waren. Für die Berechnung des Cp-Kriteriums benötigt man eine Vorschätzung der Modellfehlervarianz. Wenn zu gleichen Alterswerten mehrere Meßwerte vorliegen, kann man sich diese Vorschätzung aus diesen Werten nach einer einfachen Varianzanalyse (MQ-Rest) berechnen. Man kann aber auch einen aus der Literatur oder aus früheren Untersuchungen bekannten Wert wählen.

Die Modellwahl ist in der vorliegenden Version zwischen folgenden Funktionen möglich:

Exponentielle Wachstumsf.	f(x) = A+B*exp(C*x)	(2)
Gompertzfunktion	f(x) = A*exp[B*exp(C*x)]	(3)
Logistische Funktion	f(x) = A/[1+B*exp(C*x)]	(4)
Bertalanffy Funktion	f(x) = (A+B*exp[C*x])**3	(5)
tanh-3-Funktion	f(x) = A/2(1+tanh[C*(x-B)])	(6)
tanh-4-Funktion	f(x) = A+B*tanh(D*(x-C))	(7)
Arcustangens-3-Funktion	f(x) = A/2{1+2/π*arctan[C*(x-B)]}	(8)
Arcustangens-4-Funktion	f(x) = A+2B/π*arctan[D*(x-C)]	(9)

Eine Erweiterung der Funktionsklasse ist vorgesehen.

Sind keine Daten vorhanden, so besteht die Möglichkeit, durch heuristische Überlegungen eine oder mehrere der angebotenen Wachstumsfunktionen auszuwählen.

Für verschiedene praktische Anwendungsgebiete werden Funktionen empfohlen, charakterisiert, untereinander verglichen und - wenn möglich - sachlogisch interpretiert sowie zum Teil graphisch dargestellt.

Kann der Nutzer sein Arbeitsproblem nicht in eine der vorgegebenen Anwendungsklassen einordnen oder sich nach der Charakterisierung der empfohlenen Funktionen für keine entscheiden, so kann er eine Kurvendiskussion zwischen allen in CADEMO angebotenen Wachstumskurven durchführen, benötigt aber dann Kenntnisse über Verlauf und Grenzverhalten des zu untersuchenden Wachstumsprozesses.

Entscheidet sich der Nutzer nach der Charakterisierung der für ein bestimmtes Anwendungsgebiet empfohlenen Funktionen oder der Kurvendiskussion für eine Unterklasse von Funktionen, so sollte er anschließend eine numerische Modellwahl innerhalb dieser Funktionsklasse durchüfhren, wozu dann allerdings Daten nötig sind.

Moduln einzelner Wachstumsfunktionen

Für jede der oben angegebenen Funktionen (2) bis (9) müssen für die Modellwahl die Parameter geschätzt werden. Da die entsprechenden Algorithmen ohnehin in CADEMO enthalten sind, weichen wir in diesen Moduln von der Einschränkung auf Modellwahl und Versuchsplanung ab und bieten in CADEMO auch die Auswertung kleinerer Beobachtungsreihen an.

Die Modulbezeichnungen werden wie folgt abgekürzt:

EXWA	für exponentielle Wachstumsfunktion	nach (2)
GOWA	für die Gompertz-Wachstumsfunktion	nach (3)
LOWA	für die logistische Wachstumsfunktin	nach (4)
BEWA	für die Bertalanffy-Richards-Wachstumsfunktion	nach (5)
T3WA	für die tanh-3-Wachstumsfunktion	nach (6)
T4WA	für die tanh-4-Wachstumsfunktion	nach (7)
A3WA	für die arctan-3-Wachstumsfunktion	nach (8)
A4WA	für die arctan-4-Wachstumsfunktion	nach (9)

Jeder dieser Moduln hat prinzipiell den gleichen Aufbau, Unterschiede ergeben sich lediglich durch die unterschiedliche Anzahl (3 oder 4) von Parametern. Jeder Modul enthält:

- die Möglichkeit, sich den Einfluß der Parameter auf das Kurvenbild grafisch zu veranschaulichen,
- Hilfen für die Interpretation der Funktionsparameter, für das Grenzverhalten (Asymptoten der Funktion) und gegebenenfalls zur Lage der Wendepunkte,
- die Möglichkeit, bis zu 40 Wertepaare einzugeben und dann mit deren Hilfe
  - die Parameter der Funktion zu schätzen,
  - die Konfidenzintervalle für diese Parameter zu berechnen,
  - Hypothesen über die Parameter zu prüfen,
  - die angepaßte Wachstumskurve und die Meßpunkte grafisch auszugeben,
- die Konstruktion optimaler Versuchspläne (d.h. die Berechnung optimaler Werte für das Alter, an denen zu messen ist) bei gegebenem Versuchsumfang n,
- die Konstruktion optimaler Versuchspläne und Angabe des minimalen Versuchsumfanges so, daß der Wert des gewählten Optimalitätskriteriums (D-, C-Kriterium) unter einer vorzugebenden Schranke liegt,
- die Berechnung des Wertes des Optimalitätskriteriums für einen beliebigen vorgegebenen Versuchsplan zu Vergleichszwecken.

Spezielle Literatur

AKAIKE, H.: Statistical predictor identification. Ann. Inst. Statist. Math. 22 (1970), 203-217

AKAIKE, H.: Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In: 2nd Internat. Symp. on Inform. Theory. Ed. B.N. Petrov and F. Csaki, Akademia Kiado, Budapest 1973, 267-281

DAVIDS, J.: Konfidenzschätzungen und Tests für die Parameter der vierparametrigen arctan-Funktion. Jahresarbeit, Univ., Sekt. Mathematik, Rostock 1986

DUCHRAU, P,; FRISCHMUTH, K.; RASCH, D.; SCHIMKE, E.: Optimum experimental designs in nonlinear regression. Rostock, Math. Coll. 30 (1986), 93-104

FRISCHMUTH, K.: On locally D-optimal experimental design. Rostocker Math. Kolloquium 36 (1989), 51-64

GRETZEBACH, L.: Versuchspläne, Konfidenzschätzungen und Tests für die vierparametrige tanh-Funktion. Rostock, Univ., Sekt. Mathematik, Jahresarbeit, 1986

HURVICH, M.; TSAI, C.L.: Regression and time series model selection in small samples. Biometrika 76 (1989), 297-307

MALLOWS, C.L.: Some comments on Cp. Technometrics 15 (1973), 661-675

RASCH, D. (Federf.): Einführung in die Biostatistik. (3. Aufl.) VEB Deutscher Landwirtschaftsverlag, Berlin 1988 Harri Deutsch Verlag, Frankfurt/M. 1989

RASCH, D.: Einführung in die Mathematische Statistik, I. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Grundlagen der Mathematischen Statistik. (3. Aufl.) Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1989

RASCH, D.: Einführung in die Mathematische Statistik, II. Varianzanalyse, Regressionsanalyse und weitere Anwendungen. (3. Aufl.) Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1990

RASCH, D.; ENDERLEIN, G.; HERRENDÖRFER, G.: Biometrie-Verfahren, Tabellen, Angewandte Statistik. Deutscher Landwirtschaftsverlag, Berlin 1973

RASCH, D.; HERRENDÖRFER, G.: Statistische Versuchsplanung. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1982

RASCH, D.; SCHIMKE, E.: Distribution of estimators in exponential regression - A simulation study. Scand. J. Statist. 10 (1983), 293-300

RASCH, D.: Robust confidence estimation and tests for parameters of growth functions. In: Györi, I. (ed.): Számitástechnikai és Kibernetikai Módszerek Alkalmazása az orvostudományban és a bilogiában. Szeged 1984, 306-313

RASCH, D.; HERRENDÖRFER, G.: Experimental Design - Sample Size Determination and Block Designs. Reidel Publ. Co. Dortrecht, Boston, Lancaster, Tokyo 1985

RASCH, D.; SCHIMKE, E.: A test for exponential regression and its robustness. In: Rasch, D.; Tiku, M.L. (Eds.): Robustness of statistical methods and nonparametric statistics. Reidel Publ. Co., Dortrecht, Boston, Tokyo 1985, 104-112

RASCH, D.: Finite sample behaviour of an asymptotic t-test in exponential regression. Statistics 10 (1985), 121-124

RASCH, D.: Finite sample size behaviour of the asymptotic t-test in regression. II. Non equidistant regressor values. Proc. Conf. on Goodness of Fit, Debrecen 1984, Budapest 1986

RASCH, D.: Optimum experimental designs for fitting growth curves in cattle. Arch. Tierzucht 29 (1986), 85-91

SCHLETTWEIN, K.: Beiträge zur Analyse von vier speziellen Wachstumsfunktionen. Diplomarbeit, Sekt. Math. WPU Rostock 1987

SCHWARTZ, G.: Estimating the dimension of a model. Ann. Statist. 6 (1978), 461-464

VILA, J.P.: Optimal design for parameters estimations in nonlinear regression models: Exact criteria. Proc. XIII. International Biometric Conference, Seattle 1986, 1-13

VILA, J.P.: New Algorithmic and Software Tools for D-Optimal Design Computation in Nonlinear Regression. COMPSTAT 1988. Physica-Verlag Heidelberg for IASC, 1988, 409-414

VILA, J.P.: Optimal Designs of Experiments for Regression Models issued from Exponential Families of Distributions. Bulletin de L'Institut International de Statistique. Communications Libres 47ème Session, Paris 1989, H. 2, 419 ff.