

Routenplanung für landwirtschaftliche Fahrzeuge

Sascha Wörz¹⁾, Valentin Heizinger¹⁾, Heinz Bernhardt¹⁾, Carl-Friedrich Gaese²⁾, Ludwig Popp²⁾, Thomas Damme³⁾, Jan Eberhardt³⁾, Andre Kluge⁴⁾

¹⁾Technische Universität München
Lehrstuhl für Agrarsystemtechnik
Am Staudengarten 2
D-85354 Freising-Weihenstephan
{sascha.woerz;valentin.heizinger;heinz.bernhardt}@wzw.tum.de

²⁾Hochschule Neubrandenburg
gaese@hs-nb.de; lpo@hs-nb.de

³⁾Lacos Computerservice GmbH
td@lacos.de; je@lacos.de

⁴⁾CLAAS Agrosystems GmbH & Co KG
andre.kluge@claas.com

Diese beiden Absatzzeichen

müssen bleiben

Abstract: Da das landwirtschaftliche Transportaufkommen mehr und mehr zunimmt, gewinnt die optimierte Routenplanung für landwirtschaftliche Fahrzeuge immer mehr an Bedeutung. Die wesentlichen Optimierungsparameter sind dabei die Zeit, der Kraftstoffverbrauch und die Abnutzungskosten. Für deren Minimierung bieten sich Methoden der mathematischen Optimierung an. Ein möglicher, adaptiver Optimierungsansatz, der auch aktuelle Gegebenheiten berücksichtigt, soll hier aufgezeigt werden.

1 Einleitung

Logistik gewinnt in der Landwirtschaft zunehmend an Bedeutung. Sei es durch das Wachsen der Betriebe, die verstärkte Integration von landwirtschaftlichen Dienstleistern oder den Biogasboom, es müssen immer mehr Fahrzeuge in logistischen Einheiten gemanagt werden. Die dabei zu bearbeitenden Datenmengen und die damit verbundenen Entscheidungsalternativen nehmen extrem zu. Eine Möglichkeit der mathematischen Bewältigung dieser Aufgabe soll hier aufgezeigt werden. An folgendem Beispiel soll die Problematik erläutert werden: Ein Fahrer eines landwirtschaftlichen Fahrzeugs will von einem Feld y zu einem anderen, weiter entfernten Feld z fahren. Welche Route (Fahrwege) muss der Fahrer wählen, damit er möglichst schnell und kostengünstig von y nach z gelangt?

2 Modell und Methoden

Um dieses Problem zu lösen, modelliert man das vorgegebene Szenario mit einem gerichteten Graphen $D := (V, A)$. Dabei bezeichne V die Knotenmenge (Orte), A die Kantenmenge ((befahrbaren) Fahrwege), $V^+(i) := \{k \text{ aus } V: (i, k) \text{ aus } A\}$ die Nachfolgermenge (Nachfolgerorte) und $V^-(i) := \{k \text{ aus } V: (k, i) \text{ aus } A\}$ die Vorgängermenge (Vorgängerorte) des Knoten (Ortes) i . Danach weisen wir jeder Kante (i, j) von A einen Kostenbeitrag c_{ij} zu und betrachten das folgende lineare 0 - 1 Programm

$$z = \min \sum_{(i,j) \text{ aus } A} c_{ij} \cdot x_{ij}, \quad (1)$$

$$\text{u. d. N. } \sum_{k \text{ aus } V^+(i)} x_{ik} = 1 \text{ für } i = y, \quad (2)$$

$$\sum_{k \text{ aus } V^+(i)} x_{ik} - \sum_{k \text{ aus } V^-(i)} x_{ki} = 0 \text{ für } i \text{ aus } V \setminus \{y, z\}, \quad (3)$$

$$\sum_{k \text{ aus } V^-(i)} x_{ki} = 1 \text{ für } i = z, \quad (4)$$

$$x_{ij} \text{ aus } \{0, 1\} \text{ für alle } (i, j) \text{ aus } A. \quad (5)$$

Dabei bezeichne (1) die zu minimierende Kostenfunktion, (2) die Bedingung, dass der Fahrer in y startet, (3) die Bedingung, falls der Fahrer zum Knoten i aus $V \setminus \{y, z\}$ fährt, ihn auch wieder verlässt bzw. falls nicht, ihn auch nicht verlässt, (4) die Bedingung, dass der Fahrer sein Ziel z erreicht und (5) die Auswahlvariablen l .

Wir spezialisieren nun die Variable c_{ij} auf unser Ausgangsproblem. Dazu sei für zwei verschiedene Orte i und j bekannt:

- Die Wegstrecke s (oder Teilwegstrecken $s_1, \dots, s_n, s = \sum s_k$) in [km] für die Fahrt von i nach j
- Die Durchschnittsgeschwindigkeit v (oder Teilgeschwindigkeiten v_1, \dots, v_n) in [km/h] für die Fahrt von i nach j .

Aus diesen (beiden) Werten können wir nun mit der Formel $\text{Zeit} = \text{Weg} / \text{Geschwindigkeit}$ die benötigte Fahrzeit t_{ij} für die Fahrt von i nach j berechnen.

Ferner können wir mittels s und v bzw. der s_k und der v_k die benötigte Kraftstoffmenge b_{ij} in [l] für die Fahrt von i nach j berechnen, wenn wir den Kraftstoffverbrauch in [l] auf 100 km des landwirtschaftlichen Fahrzeugs für verschiedene Betriebsstufen kennen.

Zuletzt geben wir die Abnutzungskosten a_{ij} in € für die Fahrt von i nach j an.

Wir skalieren nun, indem wir vereinbaren:

$$\max \{t_{ij} : (i, j) \text{ aus } A\} \equiv 100$$

$$\max \{b_{ij} : (i, j) \text{ aus } A\} \equiv 100$$

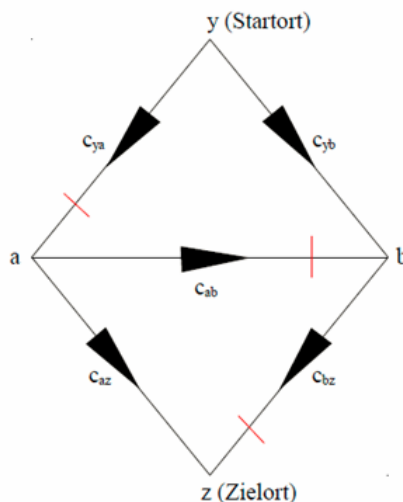
$$\max \{a_{ij} : (i, j) \text{ aus } A\} \equiv 100.$$

¹ , genauer $x_{ij} = 1$, falls der Fahrweg (i, j) gewählt wird, ansonsten $x_{ij} = 0$

Damit können wir den Werten t_{ij} , b_{ij} und a_{ij} 2 dimensionslose Werte zwischen 0 und 100 zuordnen, bezeichnen wir sie mit T_{ij} , B_{ij} und A_{ij} . Setzen wir nun $c_{ij} = T_{ij} + B_{ij} + A_{ij}$.

3 Ergebnisse

Im Folgenden betrachten wir als Beispiel das Szenario mit den Orten (Knoten) y , a , b , z und den Fahrwegen (Kanten) (y, a) , (y, b) , (a, b) , (a, z) und (b, z) . Dabei sei (y, a) 1 km, (y, b) 2.5 km, (a, b) 1 1/3 km, (a, z) 5 km und (b, z) 2.5 km lang. Die Durchschnittsgeschwindigkeit auf (y, a) betrage 20 km/h, die auf (y, b) 25 km/h, die auf (a, b) 20 km/h, die auf (a, z) 30 km/h und die auf (b, z) 30 km/h. Ferner verbrauche das landwirtschaftliche Fahrzeug bei einer Geschwindigkeit von 20 km/h auf 100 km 15 l und bei einer Geschwindigkeit von 30 km/h auf 100 km 18 l Kraftstoff. Des Weiteren haben wir auf (y, a) Abnutzungskosten in Höhe von 0.0167 €, auf (y, b) in Höhe von 0.0471 €, auf (a, b) in Höhe von 0.0239 €, auf (a, z) in Höhe von 0.05 € und auf (b, z) in Höhe von 0.02 €. Mit dem obigen Kalkül erhalten wir nach Datenauswertung die Kosten $c_{ya} = 80$, $c_{yb} = 200$, $c_{ab} = 110$, $c_{az} = 300$ und $c_{bz} = 140$.



Mit (1), (2), (3), (4) und (5) erhalten wir sodann das folgende lineare 0 - 1 Problem:

$$z = \min 80 \cdot x_{ya} + 200 \cdot x_{yb} + 110 \cdot x_{ab} + 300 \cdot x_{az} + 140 \cdot x_{bz}$$

$$\text{u. d. N. } x_{ya} + x_{yb} = 1,$$

$$x_{ab} + x_{az} - x_{ya} = 0,$$

$$x_{bz} - x_{yb} - x_{ab} = 0,$$

$$x_{az} + x_{bz} = 1,$$

$$x := (x_{ya}, x_{yb}, x_{ab}, x_{az}, x_{bz}) \text{ aus } \{0, 1\}^5.$$

Wir setzen nun

² mittels der Ausdrücke $100/\max\{t_{ij} : (i, j) \text{ aus } A\} \cdot t_{ij}$, $100/\max\{b_{ij} : (i, j) \text{ aus } A\} \cdot b_{ij}$ und $100/\max\{a_{ij} : (i, j) \text{ aus } A\} \cdot a_{ij}$

$$\begin{aligned}
 f &= [80; 200; 110; 300; 140], \\
 Aeq &= [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ -1 \ -1 \ 0; 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ -1; 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1], \\
 beq &= [1; 0; 0; 1],
 \end{aligned}$$

und verwenden den Matlabsolver $[x, fval, exitflag, output] = bintprog(f, [], [], Aeq, beq)$. Als Lösung erhalten wir $x_{ya} = 1$, $x_{yb} = 0$, $x_{ab} = 1$, $x_{az} = 0$ und $x_{bz} = 1$ mit minimalem Kostenwert 330 bei einer Rechenzeit von 2.1216 Sekunden. Nähere Informationen zum Algorithmus des Matlabsolvers findet man in Matlab Help \rightarrow Optimization Toolbox und in [HFL01], [NW88] und [Wo98]. Der Fahrer fährt also optimal, wenn er zuerst von y nach a, dann von a nach b und schließlich von b nach z fährt, siehe dazu den hellrot gekennzeichneten Weg in Abbildung 1. Wie man leicht nachrechnet, liefert der Fahrweg von y über a nach z einen Kostenwert von 380 und der Fahrweg von y über b nach z einen Kostenwert von 340. Außer diesen 3 Wegen existieren keine weiteren Fahrwege mehr, wie die Fahrwegmenge (Kantenmenge) zeigt, siehe dazu auch Abbildung 1.

4 Fazit

Insgesamt liegt also ein effizientes Verfahren zur Berechnung derjenigen Route vor, auf der der Fahrer möglichst schnell und kostengünstig von y nach z gelangt. Falls der Fahrer nur möglichst schnell von y nach z gelangen soll, setze man $c_{ij} = T_{ij}$, falls er nur möglichst kostengünstig unterwegs sein soll, verwende man $c_{ij} = B_{ij} + A_{ij}$. Die Frage nach der kürzesten Route macht in diesem Zusammenhang weniger Sinn, da die kürzeste Route nicht die Schnellste sein muss. Ferner ist zu bedenken, dass der Kraftstoffverbrauch auf der kürzesten Route nicht minimal sein muss.

5 Förderung

Die Förderung des Vorhabens erfolgte aus Mitteln des Bundesministeriums für Ernährung, Landwirtschaft und Verbraucherschutz (BMELV) über die Bundesanstalt für Landwirtschaft und Ernährung (BLE) im Rahmen des Programms zur Innovationsförderung.

Literaturverzeichnis

- [HFL01] Hillier, Frederick S. and Lieberman Gerald J., Introduction to Operations Research, McGraw-Hill, 2001.
- [NW88] Nemhauser, George L. and Laurence A. Wolsey, Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley & Sons, 1988.
- [Wo98] Wolsey, Laurence A., Integer Programming, John Wiley & Sons, 1998.