

Lehrsoftware PROFU zur Analyse ein- und zweifaktorieller quadratischer Produktionsfunktionen

V. Mothes, Halle
S. Hahn, Halle

Die **Produktionsfunktionsanalyse** stellt sowohl im Lehrgebiet Operations Research (Mathematische Methoden und Modellierung) als auch in der Landwirtschaftlichen Betriebslehre einen wichtigen Schwerpunkt der Lehrstoffvermittlung und der Lernprozesse dar. Zur Vertiefung der in Lehrveranstaltungen gebotenen mathematisch-methodischen Grundlagen zur Funktionsanalyse und zur Festigung der studentischen Kenntnisse zu den **Grundbegriffen der Produktions- und Kostentheorie** haben MOTHES und HAHN (1991) die Dialogsoftware "PROFU" entwickelt. Mittels "PROFU" können die Studenten eigenständig computergestützte Beispielsberechnungen zur ein- und zweifaktoriellen Produktionsfunktionsanalyse ausführen. Dabei können sie sich stärker auf sachlogische Modellzusammenhänge, auf Optimierungsprinzipien, auf die Grenznutzentheorie sowie auf den Vergleich und die Wertung der Ergebnisse orientieren, ohne selbst zeitaufwendige manuelle Rechenprozesse vornehmen zu müssen. Eine **Produktionsfunktion** - definiert als ein **mathematisches Modell** zur Quantifizierung der Abhängigkeit des **Ertrages y** von variablen Einsatzmengen x_j an **Produktionsfaktoren k** ($j=1,2,\dots,k$) - ist ein zentraler Begriff der Produktionstheorie.

Unter vereinfachten Modellannahmen, daß z. B. nur ein oder zwei Produktionsfaktoren berücksichtigt werden, wird in der Regel regressionsstatistisch durch eine **Produktionsfunktion** ein stochastischer Zusammenhang zwischen **Faktoreinsatz** und **Ertrag** geschätzt und mittels Methoden der Analysis sachlogisch analysiert und ökonomisch bewertet, woraus entscheidungsunterstützende Schlußfolgerungen ableitbar sind. Durch zweifaktorielle **substitutionale** Produktionsfunktionen abgebildete landwirtschaftliche Input-Output-Beziehungen sind charakterisiert durch

- **näherungsweise Abbildung eines stochastischen Zusammenhanges**
- **abnehmenden Ertragszuwachs**
- in praxisrelevanten Bereichen gegenseitige Ersetzbarkeit von Produktionsfaktoren
- das Auftreten von **Ergänzungswirkungen** zwischen den **Produktionsfaktoren**
- den Ertrag bzw. den Gewinn **maximierende** Faktoraufwandskombinationen
- **Minimalkostenkombinationen**.

Die zweifaktorielle quadratische Funktion

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + c_1x_1^2 + dx_1x_2$$

(mit c_1 und $c_2 \leq 0$)

ist gut geeignet, entsprechende Input-Output-Beziehungen in der Pflanzenproduktion zu quantifizieren; außerdem ist sie methodisch relativ einfach handhabbar. Letzteres bezieht sich sowohl auf ihre regressionsstatistische Ermittlung als auch auf die ökonomisch-mathematische Analyse dieses Funktionstyps.

Zur **Durchführung** einer zweifaktoriellen **Produktionsfunktionsanalyse** sind **konkrete Vorgaben** für folgende **Parameter** und **Ausgangswerte** erforderlich:

- **Parameter a, b₁, b₂, c₁, c₂ und d** der problemspezifischen quadratischen Funktion
- **praxisrelevante Aufwandsbereiche** für x_1 und x_2

- **Faktoraufwandsvorgaben** x_{1i}, x_{2i} für $i=1,2,\dots,m$
- **Produktpreis** P_y und **Faktorpreise** P_{x_1}, P_{x_2}
- **Zielertrag** y^z

Die in Turbo-Pascal V. 6.0. programmierte PC-Software **PROFU** unterstützt eine **Produktionsfunktionsanalyse** durch folgende Arbeitsschritte:

- (1) **Funktionsart** auswählen
 - einfaktorielle Produktionsfunktion
 - zweifaktorielle Produktionsfunktion mit Ergänzungswirkungen
 - zweifaktorielle Produktionsfunktion ohne Ergänzungen
- (2) **Funktionsparameter** (a, b_1, b_2, c_1, c_2 und d), **Preise** und **Faktoraufwandsbereiche** sowie aktuelle Kommentare vorgeben
- (3) **Faktoreinsätze** und **Zielerträge** vorgeben,
- (4) **Analysearten** auswählen:
 - Berechnen von Funktionswerten
 - Extremwerte (Ertrags- und Gewinnmaximum)
 - Grenzerträge
 - Durchschnittserträge
 - Produktionselastizitäten
 - absolute und relative Grenzzraten der Substitution, inkl. Isoquanten und Isokline
 - Minimalkostenkombinationen
- (5) **Analyseart** ausführen und Ergebnisse tabellarisch bzw. graphisch auf Bildschirm ausgeben oder ausdrucken (mittels Bildschirmabdruck).

Im folgenden wird an einem **Beispiel** demonstriert, welche **Ergebnisinformationen** mit "PROFU" ermittelt werden können.

Vorgaben:

(I) **Produktionsfunktion**

$$y = 230 + 1,54x_1 + 0,43x_2 - 0,0028x_1^2 - 0,00058x_2^2 - 0,00047x_1x_2$$

$$y = \text{dt Kartoffeln/ha}$$

$$x_1 = \text{kg mineral.N/ha}$$

$$x_2 = \text{dt Stallmist/ha}$$

(II) **Produkt- und Faktorpreise**

$$P_y = 21 \text{ DM/dt}$$

$$P_{x_1} = 1,11 \text{ DM/kg,}$$

$$P_{x_2} = 2,50 \text{ DM/dt}$$

Ausgewählte Ergebnisinformationen mittels PROFU:

(1) **Funktionswert** bei $x_1 = 220 \text{ kg/ha}$ und $x_2 = 90 \text{ dt/ha}$:

$$y = 458 \text{ dt/ha}$$

(2) **Durchschnittserträge** bei $x_1 = 220 \text{ kg/ha}$ und $x_2 = 90 \text{ dt/ha}$:

$$D_1 = 1,98 \text{ dt/ha Kartoffeln je kg N/ha}$$

$$D_2 = 4,83 \text{ dt/ha Kartoffeln je dt Stallmist/ha}$$

(3) **Grenzerträge** bei $x_1 = 220 \text{ kg/ha}$, $x_2 = 90 \text{ dt/ha}$

$$E_{x_1} = 0,27 \text{ dt/ha Kartoffeln durch Einsatz des 220. kg N/ha}$$

$$E_{x_2} = 0,22 \text{ dt/ha Kartoffeln durch Einsatz der 90. dt Stallmist/ha}$$

(4.) Ertragsmaximierende Aufwandskombination und Ertragsmaximum

$$x_1 = 252,5 \text{ kg/ha}$$
$$x_2 = 268,4 \text{ dt/ha} \quad y_{\max} = 482,1 \text{ dt/ha}$$

(5.) Gewinnmaximierende Aufwandskombination und gewinnmaximierender Ertrag

$$x_1 = 251,6 \text{ kg/ha}$$
$$x_2 = 166,1 \text{ dt/ha}$$
$$y_{G\max} = 476 \text{ dt/ha}$$

(6.) Minimalkostenkombinationen

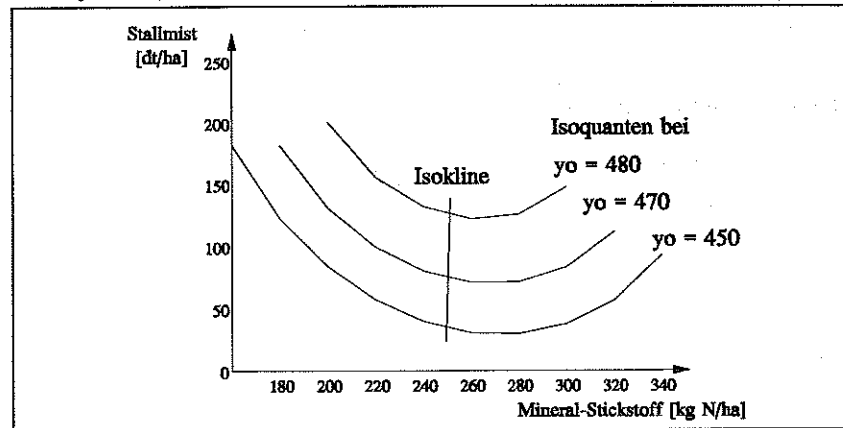
Zielerträge y^z	Minimalkostenkombinationen (MK)
450 dt/ha	$x_1 = 250,5, \quad x_2 = 33,9$
470 dt/ha	$x_1 = 251,3, \quad x_2 = 124,4$
480 dt/ha	$x_1 = 252,0, \quad x_2 = 208,3$

Die Minimalkostenkombination ist jeweils im Schnittpunkt von Isoquante und Isokline erreicht (s. Bild).

(7.) Grenzraten der Substitution für $y^z = 450$

bei $x_1 = 220 \text{ kg/ha},$	$x_2 = 57 \text{ dt Stallmist/ha:}$
$aS_{2,1} = 1,08$	$rS_{2,1} = 4,17 \%$
$aS_{1,2} = 0,93$	$rS_{1,2} = 0,24 \%$

(8.) Darstellung der Isoquanten für vorgegebene Zielerträge $y^z = 450, 470$ und 480 sowie der Isokline:



Folgende **methodisch-didaktischen Prinzipien** haben sich beim Einsatz der PC-Software PROFU in der Ausbildung von Diplomagraringenieuren in Halle bewährt:

- Nach einer kurzen **Einweisung** sind die Studierenden in der Lage, selbständig mit PROFU zu arbeiten, vorausgesetzt, es liegen ihnen entsprechende Beispielfunktionen vor.
- Die Ausgabe einer kurzen gedruckten Nutzeranweisung sowie von geeigneten Modellbeispielen - inkl. konkreter Parameterwerte - ist für das Selbststudium der Studenten empfehlenswert.

- Durch eine aktive inhaltliche Auseinandersetzung mit der Produktionsfunktionsanalyse anhand konkreter Beispiele werden die Kenntnisse zur Produktionstheorie und vor allem das "Denken in Änderungen" geschult und gefestigt, zumal sich die Studenten bei Nutzung der Dialogsoftware PROFU auf sachlogische, praxisrelevante Interpretationen sowie auf Vergleiche und die Auswertung der Ergebnisse konzentrieren können.

Die Software "PROFU" ist so angelegt, daß sie sich auch als methodisches Instrumentarium zur Kostenfunktionsanalyse oder zur Analyse anderer durch quadratische Funktionsausdrücke abgebildeten Zusammenhänge eignet.